



Contexte de la séance : Nous prendrons ici le prétexte de la **mesure d'impédance** d'une bobine pour revoir les méthodes de mesure à l'oscilloscope et d'évaluation d'incertitude.

Compétences abordées :

- Mesure directe à l'oscilloscope d'une tension, d'une période, d'une fréquence, d'un décalage temporel, d'un déphasage, passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement.
- Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude.
- Evaluer l'incertitude d'une grandeur s'exprimant en fonction d'autres grandeurs dont les incertitudes-types sont connues, à l'aide d'un produit ou d'un quotient.
- Simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire permettant de caractériser la variabilité d'une grandeur composée.

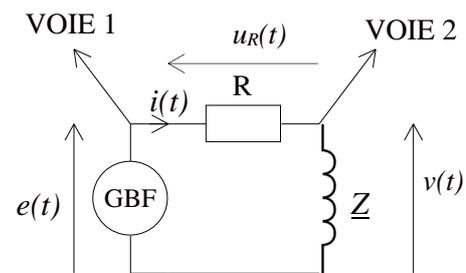
1 – Montage

✂ Réaliser le montage série suivant en utilisant une résistance AOIP $R = 100 \Omega$ et une bobine de transformateur (on choisira 1000 spires).

On note \underline{Z} l'impédance complexe de la bobine définie par $\underline{Z} = \frac{V}{I}$ où $\underline{I} = \frac{U_R}{R}$ et

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi} = Z \cos\varphi + jZ \sin\varphi = r + jS$$

φ : déphasage de $v(t)$ par rapport à $i(t)$ donc par rapport à $u_R(t) = R \cdot i(t)$



r : résistance associée à \underline{Z}
 S : réactance associée à \underline{Z} , ici $L\omega$

✂ Régler le GBF afin qu'il alimente le circuit par une tension sinusoïdale de fréquence $f = 100 \text{ Hz}$.

✂ On souhaite visualiser à l'oscilloscope les tensions $v(t)$ et $u_R(t)$ afin d'en mesurer ultérieurement le déphasage. Ici, le GBF imposant la masse dans le circuit, les voies 1 et 2 permettent de visualiser respectivement $e(t) = v(t) + u_R(t)$ et $v(t)$.

A l'aide de la fonction *Math* de l'oscilloscope, visualiser $v(t)$ et $u_R(t) = e(t) - v(t)$.

2 – Mesures

2.1 – Mesure $Z = |\underline{Z}|$

On rappelle que par définition : $Z = \frac{V}{I}$ où $I = \frac{U_R}{R}$

Dans ces expressions, les grandeurs V , I et U_R peuvent représenter les valeurs crête-à-crête, les valeurs maximales toutes deux mesurables à l'oscilloscope, ou les valeurs efficaces mesurées au multimètre.

✍ Indiquer votre choix de grandeurs mesurées (crête-à-crête, maximal, efficace). Il est bien sûr unique pour V , I et U_R .

On choisit de mesurer les valeurs crête-à-crête.

☞ Mesurer V , U_R et I en précisant la méthode de mesure (multimètre, oscillo mesures à l'aide des curseurs, oscillo à l'aide des mesures automatiques).

Les mesures **crête-à-crête** se font à l'**oscilloscope**.

Les mesures ont été effectuées de façon manuelle à l'aide des curseurs de l'oscilloscope.

Mesures : $V = 0,873 \text{ V}$

$U_R = 3,10 \text{ V}$

$I = \frac{U_R}{R} = 31,0 \text{ mA}$

☞ Estimer l'**incertitude-type** sur V notée $u(V)$, sur U_R notée $u(U_R)$, sur I notée $u(I)$.

Indiquer en détail * la méthode d'estimation de chaque incertitude-type.

* les éventuels calculs opérés sur les incertitudes-types.

* Source principale d'incertitude : due au positionnement manuel des curseurs aux niveaux des minimas et des maximas de $v(t)$ et de $u_R(t)$.

* La précision du positionnement de chaque curseur est estimée ici à $1/20^{\text{ème}}$ de division soit :

- Pour $v(t)$: $\Delta_v = \frac{1}{20} * \text{calibre voie } 2 = \frac{1}{20} * 200 = 10 \text{ mV}$

- Pour $u_R(t)$: $\Delta_{u_R} = \frac{1}{20} * \text{calibre voie } M = \frac{1}{20} * 1000 = 50 \text{ mV}$

* On en déduit l'incertitude type de positionnement d'un curseur :

- Pour $v(t)$: $u_1(v) = \frac{\Delta_v}{\sqrt{3}} = 5,8 \text{ mV}$

- Pour $u_R(t)$: $u_1(u_R) = \frac{\Delta_{u_R}}{\sqrt{3}} = 29 \text{ mV}$

* Incertitude-type sur V et U_R nécessitant chacune le positionnement de 2 curseurs dont on considère les incertitudes de positionnement égales.

$V = v_{max} - v_{min}$

→ propagation des incertitudes → $u(V) = \sqrt{(u(v_{max}))^2 + (u(v_{min}))^2} = \sqrt{2 \cdot (u_1(v))^2} = \sqrt{2} u_1(v)$

- $u(V) = \sqrt{2} \cdot u_1(v) = 8,2 \text{ mV}$

- Pour $u_R(t)$: $u(u_R) = \sqrt{2} \cdot u_1(u_R) = 41 \text{ mV}$

* Incertitude type sur I par propagation des incertitudes :

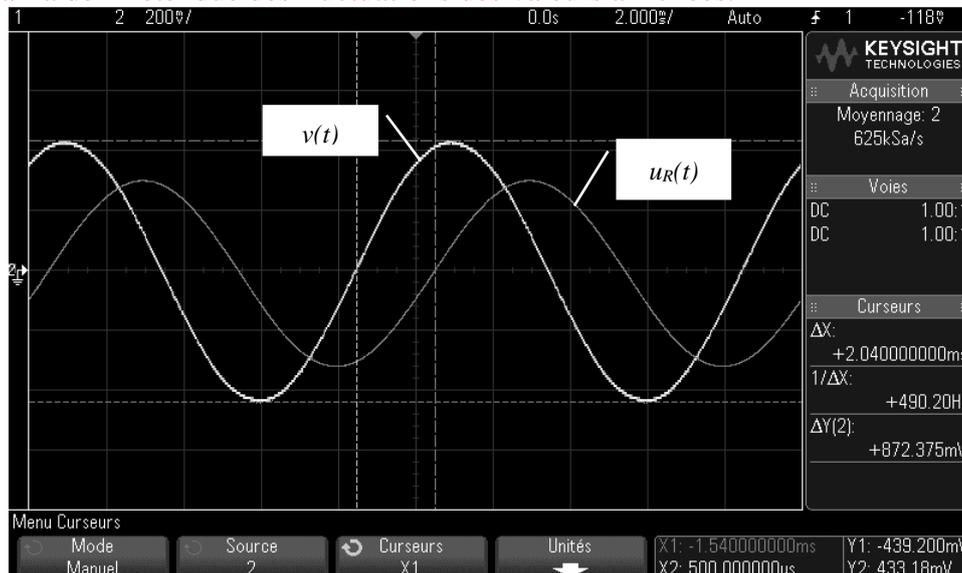
$$\frac{u(I)}{I} = \sqrt{\left(\frac{u(U_R)}{U_R}\right)^2 + \left(\frac{u(R)}{R}\right)^2}$$

On relève sur la boîte de résistance AOIP : $\frac{u(R)}{R} = \frac{0,5}{\sqrt{3}} \% = 0,29\%$

On calcule par ailleurs : $\frac{u(U_R)}{U_R} = 1,3\%$

D'où $\frac{u(I)}{I} = 1,3\%$ → $u(I) = 0,41 \text{ mA}$

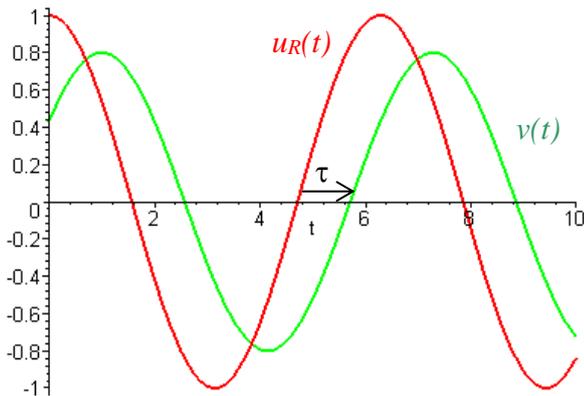
N.B. : On peut aussi choisir les mesures automatiques de l'oscillo. La précision des mesures pourra être alors estimée par la demi-étendue des fluctuations des valeurs affichées.



2.2 – Mesure de φ

Obtention du déphasage à partir du décalage temporel :

Mesure en mode balayage



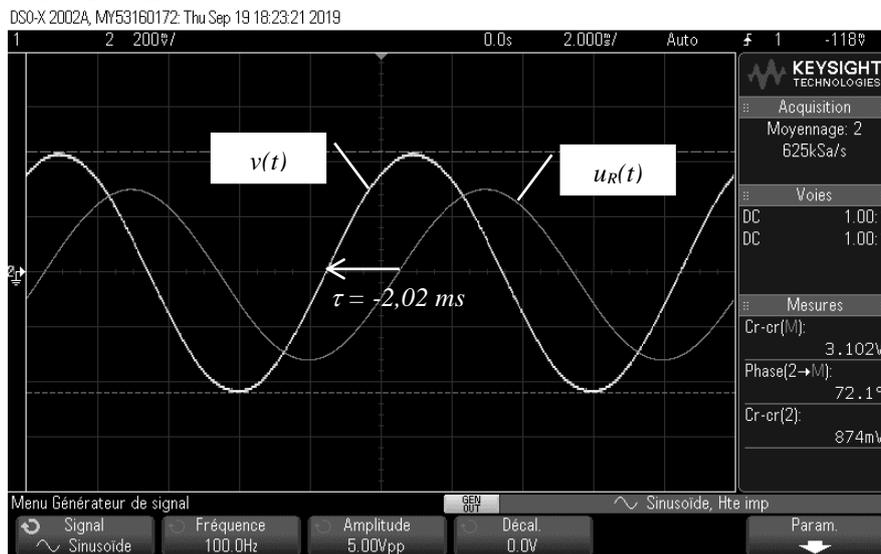
Soit τ : décalage temporel d'un point de $v(t)$ par rapport à son point homologue de $u_R(t)$ et le plus proche.

Soit : $u_R(t) = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$
 et $v(t) = V_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = V_m \cdot \cos(\omega \cdot (t - \tau))$
 soit une translation horizontale de τ .

d'où littéralement.

$$\varphi = -\omega\tau$$

☞ Pour la même fréquence que précédemment 100 Hz , effectuer la mesure du déphasage par cette méthode à l'aide des curseurs.



$\tau = -2,02 \text{ ms} \rightarrow \varphi = 1,269 \text{ rad}$
 $v(t)$ est-elle en avance en retard sur $i(t)$?

☞ Estimer l'incertitude-type sur τ notée $u(\tau)$ puis l'incertitude-type sur φ notée $u(\varphi)$

Indiquer en détail * la méthode d'estimation de chaque incertitude-type.
 * les éventuels calculs opérés sur les incertitudes-types.

(pour simplifier on admettra que l'incertitude sur ω est négligeable).

On procède comme précédemment.

- * La principale source d'incertitude est due au positionnement des curseurs.
- * La précision du positionnement de chaque curseur est estimée ici à $1/20^{\text{ème}}$ de division soit :

$$\Delta_t = \frac{1}{20} * \text{base de temps} = \frac{1}{20} 2 \text{ ms} = 0,10 \text{ ms}$$

- * On en déduit l'incertitude type de positionnement d'un curseur :

$$u_1(t) = \frac{\Delta_t}{\sqrt{3}} = 0,058 \text{ ms}$$

- * On en déduit l'incertitude type sur τ : $\tau = t_2 - t_1 \rightarrow u(\tau) = \sqrt{2}u_1(t) = 0,082 \text{ ms}$

- * On en déduit l'incertitude type sur φ : $u(\varphi) = \omega \cdot u(\tau) = 5,1 \cdot 10^{-2} \text{ rad} = 2,9^\circ$

3 – Exploitation des mesures

✍ Calculer Z et $u(Z)$ à l'aide de la formule de propagation des incertitudes-types.

Ecrire le résultat muni de son incertitude-type.

$$Z = \frac{V}{I} = 28,16 \Omega$$

$$\frac{u(Z)}{Z} = \sqrt{\left(\frac{u(V)}{V}\right)^2 + \left(\frac{u(I)}{I}\right)^2} = 0,98 \% \quad \rightarrow \quad u(Z) = 0,28 \Omega$$

D'où :

$$\boxed{Z = 28,16 \pm 0,28 \Omega} \text{ (ce qui suit } \pm \text{ est l'incertitude-type)}$$

✍ Calculer r et $u(r)$ à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo.

Ecrire le résultat muni de son incertitude-type.

$$r = Z \cos \varphi$$

$$\boxed{r = 8,37 \pm 0,12 \Omega}$$

✍ Calculer L et $u(L)$ à l'aide d'une simulation de Monte-Carlo.

Ecrire le résultat muni de son incertitude-type.

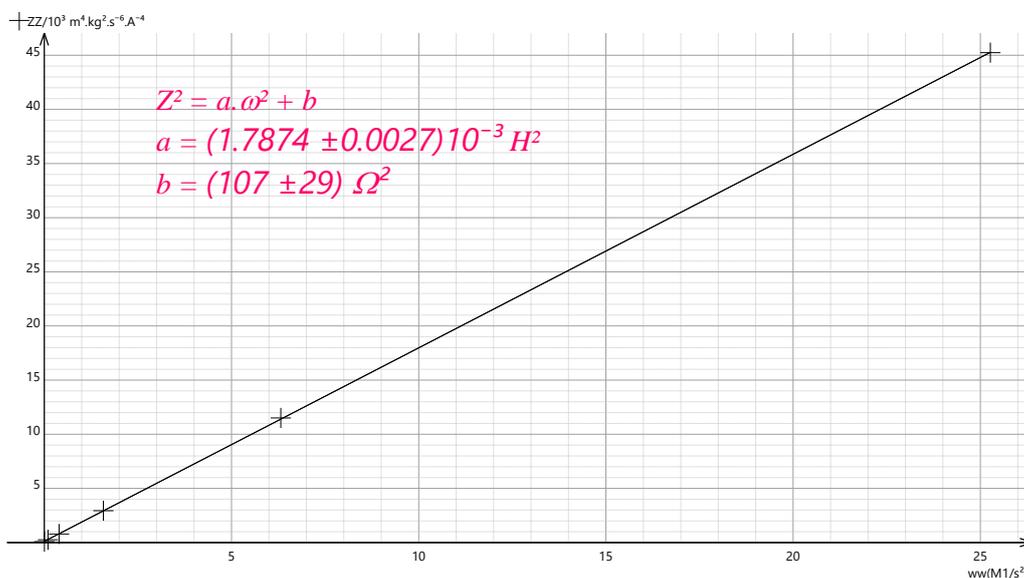
$$L = \frac{Z}{\omega} \sin \varphi$$

$$\boxed{L = 42,79 \pm 0,59 \text{ mH}}$$

S'il vous reste du temps, effectuez les mesures de V et I pour plusieurs fréquences et tracer $Z^2 = f(\omega^2)$. En déduire r et L .

$$Z^2 = r^2 + (L\omega)^2$$

$f(\text{Hz})$	10	50	100	200	400	800		
$\omega (\text{rad.s}^{-1})$								
$U (\text{V})$	0,280	0,500	0,870	1,62	2,81	4,02		
$I (\text{mA})$	31,4	31,3	31,0	29,9	26,2	18,9		



$$r = 10,3 \pm 1,4 \Omega ;$$

$$L = 42,277 \pm 0,032 \text{ mH}$$