

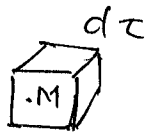
TH 312. Diffusion thermique et réaction d'entropie

$$1. \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J}_Q = 0$$

2. Considérons un volume $d\tau$ du solide, entre t et $t+dt$.

u : énergie interne volumique

s : entropie volumique.



1^{er} principe: $d\tau du = \delta Q + \delta W$ où $\delta W = 0$ pour le solide.

2^e principe: $d\tau ds = \frac{\delta Q}{T}$ pour une transformation réversible.

$$d\tau ds = d\tau \frac{du}{T} \quad \text{où} \quad du = \rho c dT \quad \text{pour un solide.}$$

D'où, en divisant par dt , l'équation locale en M au centre de $d\tau$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\rho c}{T} \frac{\partial T}{\partial t}$$

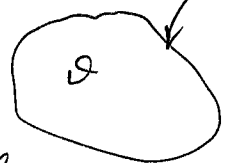
$$3. \frac{\partial s}{\partial t} = - \operatorname{div} \left(\frac{1}{T} \vec{J}_Q \right) \quad \text{or} \quad \operatorname{div} \left(\frac{1}{T} \vec{J}_Q \right) = \frac{1}{T} \operatorname{div} \vec{J}_Q + \vec{J}_Q \cdot \operatorname{grad} \left(\frac{1}{T} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial s}{\partial t} = \vec{J}_Q \cdot \operatorname{grad} \left(\frac{1}{T} \right) - \operatorname{div} \left(\frac{1}{T} \vec{J}_Q \right)$$

Intégrons sur le volume V du solide

$$\iiint_V \frac{\partial s}{\partial t} d\tau = \iiint_V \vec{J}_Q \cdot \operatorname{grad} \left(\frac{1}{T} \right) d\tau - \iiint_V \operatorname{div} \left(\frac{1}{T} \vec{J}_Q \right) d\tau$$

$$= \underbrace{\iiint_V \vec{J}_Q \cdot \operatorname{grad} \left(\frac{1}{T} \right) d\tau}_{\dot{S}_{\text{int}}, \text{ identifiée par deduction}} - \underbrace{\oint_{\Sigma(V)} \frac{1}{T} \vec{J}_Q \cdot d\vec{S}}_{\dot{S}_{\text{ext}} \text{ reconnu par la forme de l'intégrale}}$$



$$\text{d'où} \quad \tau = \vec{J}_Q \cdot \operatorname{grad} \left(\frac{1}{T} \right)$$