

TH 306 - Transfert thermique dans un tube.

1. * Equation de la chaleur en régime stationnaire et sans source:

$$\Delta T = 0$$

* Problème à symétrie cylindrique négligeant les effets de bords:

$$T(r) \text{ d'où } \Delta T = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$$

On intègre successivement: $r \frac{\partial T}{\partial r} = A$; $\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{A}{r}$; $T = A \ln r + B$

Conditions limites: * $T(r_1) = T_1 = A \ln r_1 + B$

* $T(r_2) = T_2 = A \ln r_2 + B$.

$$\Rightarrow A = \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1/r_2)} ; B = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1/r_2)} \ln r_1$$

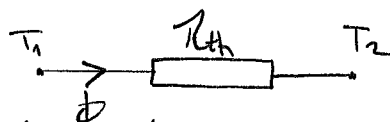
d'où $T(r) = (T_1 - T_2) \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_1/r_2)} + T_1$

* $\phi \stackrel{\text{def}}{=} \iint \vec{J}_Q \cdot d\vec{S}$; loi de Fourier: $\vec{J}_Q = \lambda \text{ grad } T = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \vec{e}_r$
 $= -\frac{T_1 - T_2}{\ln(r_1/r_2)} \frac{\lambda}{r} \vec{e}_r$
 $d\vec{S} = r d\theta dz \vec{e}_r$

$$\phi = 2\pi L \lambda \frac{T_2 - T_1}{\ln(r_1/r_2)}$$

En régime stationnaire, le flux entrant dans une couche cylindrique comprise entre r et $r + dr$, est compensé par le flux sortant afin d'assurer la constance de $T(r)$.

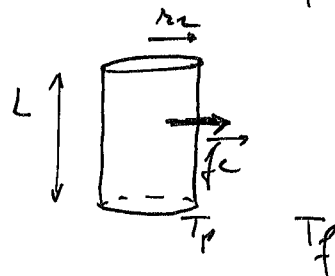
2. $R_{th} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{T_1 - T_2}{\phi} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda}$



Analogie: température $\leftrightarrow$ potentiel électrique
 flux thermique $\leftrightarrow$ courant électrique.

3. $R_c \stackrel{\text{def}}{=} \frac{T_p - T_f}{\phi_c}$ où $\phi_c \stackrel{\text{def}}{=} \iint \vec{J}_c \cdot d\vec{S} = h_c 2\pi r_2 L (T_p - T_f)$

$$\Rightarrow R_c = \frac{1}{h_c 2\pi r_2 L}$$



ϕ_c est finie, donc $\lim_{h_c \rightarrow \infty} \left(\frac{\phi_c}{h_c} \right) = 0$

$$= \lim_{h_c \rightarrow \infty} (2\pi r_2 L (T_p - T_f))$$

donc $T_p \rightarrow T_f$

$$4 - \vec{j}_{ray} = \epsilon \sigma (T_p^4 - T_{amb}^4) \vec{u} = \epsilon \sigma \left((T_p - T_{amb} + T_{amb})^4 - T_{amb}^4 \right) \vec{u}$$

$$= \epsilon \sigma T_{amb}^4 \left(\left(\frac{T_p - T_{amb}}{T_{amb}} + 1 \right)^4 - 1 \right) \vec{u} \quad , \text{ or } \frac{T_p - T_{amb}}{T_{amb}} \ll 1$$

$$\stackrel{DL}{=} \epsilon \sigma T_{amb}^4 \left(1 + 4 \frac{T_p - T_{amb}}{T_{amb}} - 1 \right) \vec{u} \Rightarrow \vec{j}_{ray} = 4 \epsilon \sigma T_{amb}^3 (T_p - T_{amb}) \vec{u}$$

On pose $h_{ray} = 4 \epsilon \sigma T_{amb}^3$ par analogie avec h_c

A.N: $h_{ray} = 3,4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \text{K}^{-1}$
 $h_c = 5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \text{K}^{-1} \Rightarrow \frac{j_{ray}}{j_c} = \frac{h_{ray}}{h_c} = 68 \%$

