

TH 222 - Réacteur nucléaire

1. Le bilan de neutrons effectué sur une tranche mésoscopique $[x; x+dx]$ donne l'équation de la diffusion:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{n}{\tau}(k-1) \quad ; \text{ En régime stationnaire } \frac{\partial n}{\partial t} = 0$$

$$\text{d'où } \frac{d^2 n}{dx^2} + \frac{n}{D\tau}(k-1) = 0 \quad \text{Posons } k^2 = \frac{k-1}{D\tau} > 0$$

$$2 - n(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx).$$

$$\text{C.L: } n(0) = n_0 = A$$

$$n(a) = n_0 \cos(ka) + B \sin(ka) = 0 \quad (1)$$

$$n(-a) = n_0 \cos(ka) - B \sin(ka) = 0 \quad (2)$$

$$(1) + (2): 2n_0 \cos(ka) = 0 \Rightarrow ka = (2p+1)\frac{\pi}{2} \quad p \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \sin(ka) = \pm 1$$

$$\text{Dues (1): } 0 \pm B = 0 \Rightarrow \underline{B = 0}$$

$$\text{d'où } n(x) = n_0 \cos\left((2p+1)\frac{\pi}{2} \frac{x}{a}\right)$$

$$n(x) > 0 \text{ pour } x \in [-a, a] \Rightarrow p = 0 \Rightarrow \underline{n(x) = n_0 \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right)}$$

3. * Injectons la solution proposée dans l'équation de la diffusion instationnaire

$$-\frac{1}{\tau} f(x) = D f'' + D k^2 f \Rightarrow f''(x) + \underbrace{\left(k^2 + \frac{1}{D\tau}\right)}_{q^2} f = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = n_0 \cos(qx) + B \sin(qx)$$

$$\text{De même qu'au 2) } \dots \therefore B = 0 ; \underline{q = \frac{\pi}{2a}}$$

$$\Rightarrow \underline{n(x,t) = n_0 \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) e^{-t/\tau}}$$

$$* \quad q^2 = \frac{\pi^2}{4a^2} = k^2 + \frac{1}{D\tau} \quad \longrightarrow \quad \underline{T = \left[D \left(\frac{\pi^2}{4a^2} - k^2\right)\right]^{-1}}$$

* Le système est stable (i.e. la concentration de neutrons ne diverge pas au cours du temps)

$$\text{Si } T > 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{\pi^2}{4a^2} > k^2 \quad \longrightarrow \quad \underline{L = 2a < \frac{\pi}{k} = \pi \sqrt{\frac{D\tau}{k-1}}}$$

