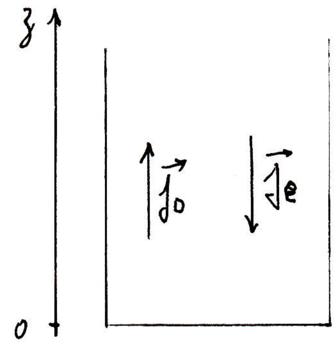
TH 208 . Diffusion en présence d'un champ extérieur .

1. Bilan des forces appliquées à une particule dans le référentiel galiléen du labo .



* Poids : $\vec{P} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \vec{g}$
* Poussée d'Archimède : $\vec{\Pi} = -\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0 \vec{g}$
* Force de Stokes : $\vec{F} = -6\pi\eta R \vec{v}$

Lorsque la vitesse limite est atteinte, l'accélération est nulle. La 2^e loi de Newton donne donc $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{F} = \vec{0}$

Où $\vec{v} = \vec{v}_{lim} = -v_{lim}\vec{e}_z$: $\frac{4}{3}\pi R^3 \vec{g}(\rho - \rho_0) - 6\pi\eta R \vec{v}_{lim} = \vec{0}$

Soit en projetant selon $\vec{e}_z$: $\boxed{v_{lim} = \frac{2}{9}\frac{R^2}{\eta} g(\rho - \rho_0)}$

2. Densité de courant d'entraînement : $\boxed{\vec{j}_e = n(z)\vec{v}_{lim} = -n(z) v_{lim} \vec{e}_z}$

3. Loi de Fick : $\boxed{\vec{j}_D = -D\frac{dn}{dz}\vec{e}_z}$

4. La loi de continuité du nombre de particule donne $\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(j_{D,z} + j_{e,z}) = 0$

En régime stationnaire : $\frac{\partial}{\partial z}(j_{D,z} + j_{e,z}) = 0$

soit en intégrant $j_{D,z} + j_{e,z} = C^{te} \rightarrow -D\frac{dn}{dz} - n(z) v_{lim} = c^{te}$

Condition limite : en $z = 0$, la paroi du fond, imperméable annule la densité de courant de particule donc $j_{D,z}(0) + j_{e,z}(0) = 0$

d'où $C^{te} = 0 = j_{D,z} + j_{e,z} \quad \forall z$

On retrouve ici, qu'en régime stationnaire, les courants d'entraînement et de diffusion se compensent :

$\frac{dn}{dz} + \frac{v_{lim}}{D} n = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{n(z) = n_0 e^{-z/h}}$ où $\underline{h = \frac{D}{v_{lim}} = \frac{9\eta D}{2R^2 g(\rho - \rho_0)}}$

5. Facteur de Boltzmann : $n(z) = n_0 e^{-E_p/k_B T}$ où $E_p = \frac{4}{3}\pi R^3 g z(\rho - \rho_0)$

somme des énergies potentielles associées à $\vec{P}$ et à $\vec{\Pi}$.

Par identification des deux expressions du champ de densité de particules

$\boxed{D = \frac{k_B T}{6\pi\eta R}}$