TH202 - Mesure optique d'un coeficient de diffusion

1 - Pour $t \rightarrow +\infty$, l'équilibre est atteint, il n'y a plus de courant diffusif. La concentration est donc uniforme.

La conservation de la quantité de soluté donne : $a^2 \times \frac{h}{2} (C_{01} + C_{02}) = a^2 h \, C_\infty$

$\Rightarrow \boxed{C_\infty = \frac{C_{01} + C_{02}}{2}}$

2. Conditions initiales : $C(z>0, 0) = C_{01}$; $C(z<0, 0) = C_{02}$

Conditions aux limites : $\times$ Parois imperméables en $z = \pm \frac{h}{2}$ $\Rightarrow$ $\vec{j}_N(\pm \frac{h}{2}) = \vec{0}$

La loi de Fick amène donc $\frac{\partial c}{\partial z}(z = \pm \frac{h}{2}) = 0$

$\times$ Continuité de c : $c(0^-, t) = c(0^+, t)$

$\times$ Continuité de $\vec{j}$: $\frac{\partial c}{\partial z}(0^-, t) = \frac{\partial c}{\partial z}(0^+, t)$

3. $\times$ Le graphe de $c(z)$ permet de vérifier toutes les conditions limites.

$\times$ Le graphe de $\delta(t)$ est une droite de pente $\frac{1}{2}$: δ ne varie que d'une décade lorsque t varie de 2 décades : $p = \frac{\log 10 - \log 1}{\log 100 - \log 1} = \frac{1}{2}$

Ainsi $\log \delta = \frac{1}{2} \log t + cte \rightarrow \underline{t = \alpha \, \delta^2}$

On retrouve une relation analogue à l'équation aux dimensions $\underline{D \simeq \frac{\delta^2}{\tau}}$

4 a) $c(z<0, t \rightarrow +\infty) = c(u \rightarrow 0) = C_\infty = A_2 + B_2 \int_{-\infty}^{0} e^{-u^2} du = A_2 + B_2 \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$c(z>0, t \rightarrow +\infty) = c(u \rightarrow 0) = C_\infty = A_1 + B_1 \int_{+\infty}^{0} e^{-u^2} du = A_1 - B_1 \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$c(z \rightarrow -\infty, t) = c(u \rightarrow -\infty) = \underline{C_{02} = A_2}$

$c(z \rightarrow +\infty, t) = c(u \rightarrow +\infty) = \underline{C_{02} = A_1}$

Et $2 C_\infty = A_2 + A_1 + \frac{\sqrt{\pi}}{2}(B_2 - B_1)$

$C_{01} + C_{02} = C_{02} + C_{01} + \frac{\sqrt{\pi}}{2}(B_2 - B_1)$

$\Rightarrow \underline{B_1 = B_2}$

d'où $\underline{B_2 = \frac{C_{01} - C_{02}}{\sqrt{\pi}}}$ et $\underline{B_1 = \frac{C_{01} - C_{02}}{\sqrt{\pi}}}$

b) $\delta << h$ est incompatible aux temps longs car δ croît avec $\sqrt{t}$.
δ devient alors de l'ordre de $\frac{h}{2}$