Fénelon Sainte-Marie La Plaine Monceau
GROUPE SCOLAIRE

Physique

TRAVAUX DIRIGES n°3

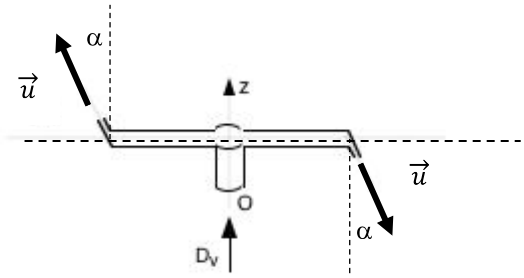
*PC/PC**
2024-2025

Thème : Référentiels non galiléens

Mardi 10 septembre 2024

ME210 - Vitesse d'éjection de l'eau d'un tourniquet hydraulique

Un tourniquet hydraulique destiné à l'arrosage des jardins est constitué de deux bras symétriques, de longueur b, qui tournent autour de son axe de symétrie avec la vitesse angulaire ω. L'eau est éjectée par les extrémités des bras avec une vitesse $\vec{u}$ par rapport aux bras et faisant un angle α avec la normale aux bras.



1 – Déterminer en coordonnées polaires, en fonction de u, b et ω, la vitesse de l'eau par rapport au référentiel terrestre au moment de l'éjection.
2 - Cas particulier où $\omega = \frac{u.\cos\alpha}{b}$.

Réponses : 1) $\vec{v_a} = u.\sin\alpha.\vec{e_r} + (\omega b - u.\cos\alpha)\vec{e_\theta}$; 2) $\vec{v_a} = u.\sin\alpha.\vec{e_r}$

ME242 - Pesées en ascenseur

Le passager d'un ascenseur, de masse $m = 70\ kg$, emmène avec lui un pèse-personne sur lequel il monte. Entre deux étages, le mouvement ascendant de l'ascenseur, dans le référentiel R_g lié à la surface terrestre (considéré comme Galiléen), se fait en trois étapes :

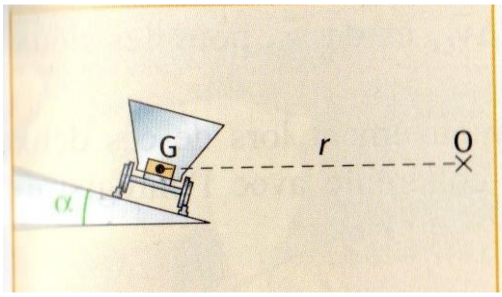
1ère phase, phase de démarrage : accélération uniforme pendant la durée $\tau = 0{,}50\ s$
2ème phase : mouvement uniforme à la vitesse $v = 1{,}0\ m.s^{-1}$.
3ème phase, phase d'arrêt : décélération uniforme pendant la durée $\tau = 0{,}5\ s$.

Quelles valeurs le cadran du pèse-personne indique-t-il au cours du voyage ?
$g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

Réponses : 1ère phase) $m_{app} = 84\ kg$; 2ème phase) $m_{app} = 70\ kg$; 3ème phase) $m_{app} = 56\ kg$.

ME244 – Dénivellation d'une voie ferrée *(Christopher)*

Afin de diminuer l'usure d'une voie ferrée dans une courbe, on surélève le rail extérieur par rapport au rail intérieur de manière à ce que la force exercée par le train sur les rails soit normale à la voie.



Calculer le dénivelé h entre les rails.
On suppose le référentiel terrestre galiléen
AN : $R = 500\ m$, $v = 100\ km.h^{-1}$, $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$ et $d = 1{,}435\ m$

☆ ME206 – Composition de mouvements et coordonnées sphériques

Soit $\mathfrak{R}$ le référentiel absolu attaché à la base cartésienne.
Soit $\mathfrak{R}'$ le référentiel relatif attaché à la base sphérique.
1 – Quel est l'expression du vecteur rotation de $\mathfrak{R}'$ par rapport à $\mathfrak{R}$ dans la base sphérique ?
2 – En déduire la vitesse d'un point M dans $\mathfrak{R}$, exprimée dans la base sphérique, à l'aide de la loi de composition des vitesses.
3 – Faire de même pour l'accélération de M.

ME222 – Caisse dans un camion accéléré *(Théophane / Antoine B.)*

Une caisse assimilée à un point matériel de masse *m* est posée sur la plateforme horizontale d'un camion qui a un mouvement rectiligne uniformément accéléré par rapport au sol, considéré comme un référentiel galiléen. Son accélération est $\overrightarrow{a_0} = a_0.\overrightarrow{e_x}$. Le système est soumis au champ de pesanteur terrestre $\vec{g} = -g.\overrightarrow{e_z}$

L'action de contact de la plateforme sur la caisse est notée $\vec{R} = T.\overrightarrow{e_x} + N.\overrightarrow{e_z}$ et satisfait aux lois de Coulomb avec un coefficient de frottement *f*.

On note $\mathfrak{R}$ le référentiel terrestre supposé galiléen et $\mathfrak{R}$' le référentiel lié au camion.

1 – A quelle condition sur a_0, *f* et *g* la caisse ne glisse pas ? En déduire alors les expressions de *N* et de *T*.

2 – On suppose que la caisse glisse à partir de l'instant $t = 0$.

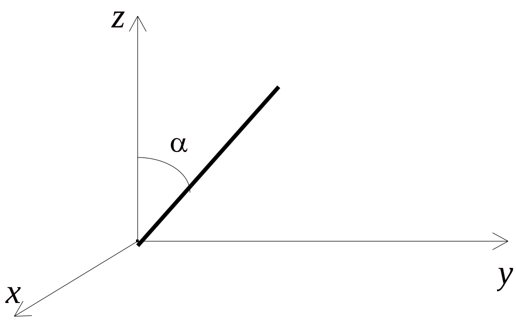
a) Etablir l'expression de la vitesse relative de la caisse.

b) Etablir, dans le référentiel absolu la puissance des actions de contact du camion sur la caisse $P_{camion \to caisse}$. Commenter son signe.

Etablir également la puissance des actions de contact de la caisse sur le camion $P_{caisse \to camion}$. Commenter son signe.

Former la somme $P_{camion \to caisse} + P_{caisse \to camion}$. Conclure.

ME224 - Mouvement d'une perle sur une tige en rotation *(Enguerrand / Sixtine)*



Un point matériel M peut glisser sans frottement sur une tige (*Or*) de masse négligeable, faisant un angle aigu constant α avec un axe vertical ascendant (Oz).

On pose $\overrightarrow{OM} = r.\overrightarrow{u_r}$; à t = 0 $\overrightarrow{OM_0} = r_0.\overrightarrow{u_r}$ et sa vitesse par rapport à l'axe est nulle

La tige tourne à la vitesse angulaire ω constante autour de l'axe (Oz)

On note : $\Omega = \omega \sin \alpha$; $a_0 = \frac{g.\cos\alpha}{\Omega^2}$

Déterminer le mouvement du point M sur l'axe (*Or*) c'est-à-dire *r(t)*.

Discuter suivant les valeurs de r_0.

ME236 – Pendule entraîné

On considère un pendule vertical constitué par un fil inextensible de longueur ℓ reliant une masse *m* à un point I, animé d'un mouvement horizontal $x(t) = x_0 cos(\omega t)$ par rapport au référentiel du laboratoire supposé galiléen. On note θ l'angle entre le fil et la verticale.

1 – Que dire du référentiel lié au point I ?

2 – Etablir l'équation différentielle vérifiée par θ dans le cas des « petits angles ». On posera $\omega_0^2 = \frac{g}{\ell}$

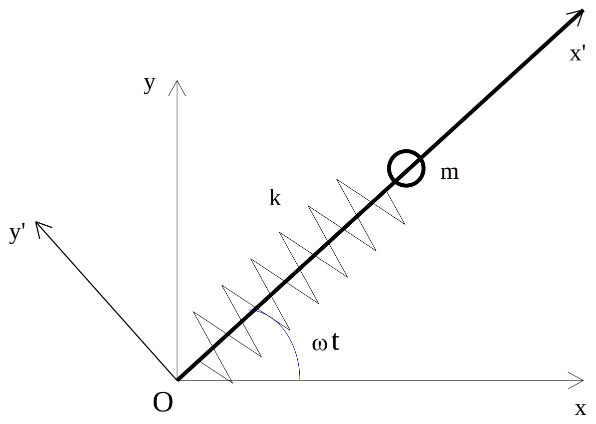
3 – La résoudre sachant que $\theta(0) = 0$ et que le pendule a une vitesse initiale nulle.

ME246 – Equilibre relatif *(Paul / Quentin)*

On considère une tige rectiligne tournant dans un plan horizontal autour de son extrémité O, à la vitesse angulaire constante $\vec{\omega} = \omega.\vec{e_z}$. Un ressort est enroulé autour de la tige, l'une de ses extrémités est fixée en O, et l'autre est solidaire d'une masse m qui peut coulisser sans frottement sur la tige.

1 – Etudier la position d'équilibre de la masse relativement à la tige en fonction de ω, k raideur du ressort et ℓ_0 sa longueur à vide.

2 – Quelle est sa stabilité ? Evaluer la période des oscillations au voisinage de cette position d'équilibre.



ME226 – Déviation vers l'Est *(Raphaël)*

On lâche sans vitesse initiale depuis une altitude $h = 268\ m$ un point matériel M de masse m. On étudie sa chute libre dans le référentiel terrestre.

On choisit : $\vec{e_z}$: vertical ascendant. $\vec{e_y}$: horizontal vers le Nord . $\vec{e_x}$: horizontal vers l'Est.

$T =$ *23h56min4s* période de rotation de la Terre sur elle-même. $g = 9,81\ m.s^{-1}$.

1 - Etablir l'expression de la vitesse $\vec{v}(t)$ en considérant dans un premier temps le référentiel terrestre comme galiléen.

On tient compte maintenant du caractère non-galiléen du référentiel terrestre en appliquant la *méthodes des perturbations*. Il s'agit d'utiliser l'expression de la vitesse non perturbée de la question précédente dans les nouvelles équations du mouvement.

2 – Ecrire ces nouvelles équations du mouvement projetées dans le repère d'étude.

3 - En déduire les déviations horizontales vers l'Est et vers le Nord lorsque M touche le sol à Paris ($\lambda = 48°$)

ME228 - Anneau coulissant sur un cercle en rotation

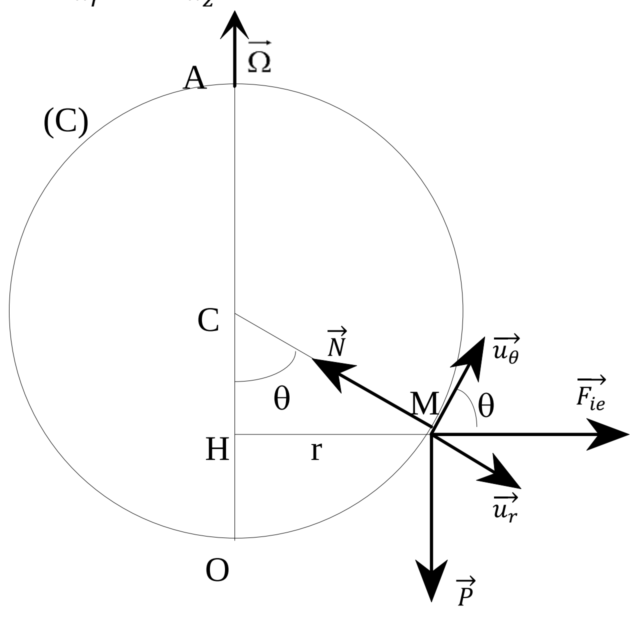
Un cercle matériel (C) de centre C et rayon a est mis en rotation uniforme par rapport au référentiel terrestre $\Re$ supposé galiléen à la vitesse angulaire Ω autour de OA, diamètre vertical de (C).

Un petit anneau M assimilable à un point matériel de masse m coulisse sur (C) et est repéré dans le référentiel lié à (C) par l'angle $\theta = \left(\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{CM}\right)$.

La liaison entre M et (C) étant supposée sans frottement, l'action de contact subie par M est représentée sur un base cylindrique $\left(\vec{u_r}, \vec{u_\theta}, \vec{u_z} = \vec{u_r} \wedge \vec{u_\theta}\right)$ par : $\vec{N} + \vec{N'} = -N.\vec{u_r} - N'.\vec{u_z}$

1 - Ecrire les projections cylindriques de la loi de la dynamique appliquée à M dans $\Re$' (référentiel tournant lié à (C)) et en déduire les expressions de N et N' en fonction de θ et $\dot{\theta}$ et des constantes du problème.

2 - En posant $\omega_0^2 = \frac{g}{a}$, paramètre dont on rappellera la signification et $\lambda = \frac{\Omega^2}{\omega_0^2}$, écrire une équation différentielle du second ordre régissant les évolutions de $\theta(t)$ sous la forme : $\ddot{\theta} = \omega_0^2.f(\theta)$ et en déduire que $\theta_1 = 0$ et $\theta_2 = \pi$ sont toujours des positions d'équilibre possibles et qu'il existe, dans un certain domaine de valeurs de λ, une position d'équilibre supplémentaire θ_3 que l'on précisera.

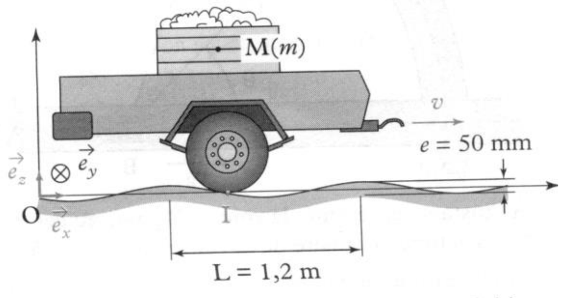


3 - En posant, au voisinage d'une position d'équilibre θ_i, $\theta = \theta_i + \varepsilon$ et en effectuant un développement limité au premier ordre en ε, montrer que la connaissance du signe de $f'(\theta_i) = \left.\frac{df}{d\theta}\right|_{\theta_i}$ permet de déduire le caractère stable ou instable d'une position d'équilibre et, dans le premier cas de calculer la pulsation ω des petites oscillations correspondantes. Appliquer cette méthode et conclure sur les comportements possibles du système.

4 – Ecrire les expressions de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle et de l'énergie mécanique dans $\mathfrak{R}$ et dans $\mathfrak{R}'$ d'autre part. Le système est-il conservatif dans chacun de ces référentiels ? Interpréter.

ME230 – Route bosselée

On étudie un objet de masse *m* posé sur le plateau d'une remorque. La remorque se déplace à une vitesse horizontale constante *v* sur une route de profil sinusoïdal. On suppose les amortisseurs et les pneus de la remorque infiniment rigides. Le référentiel terrestre est supposé galiléen.



Déterminer la vitesse *v* à partir de laquelle l'objet ne reste plus en contact avec le plateau de la remorque.

☆ ME234 - Principe du sismographe

Un sismographe est destiné à mesurer l'amplitude d'une secousse sismique **indépendamment de la pulsation.**

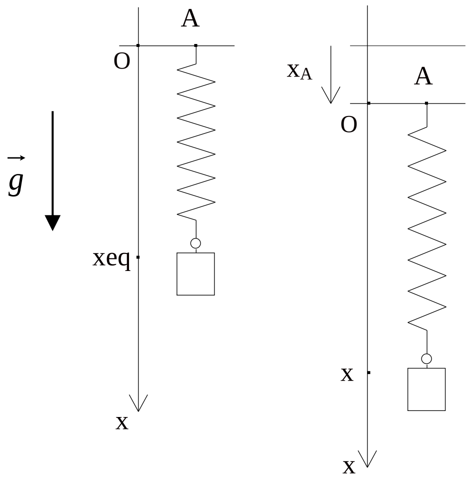
Dans un boîtier posé sur le sol (Référentiel (*R*)), une masse *m* est suspendue à l'extrémité d'un ressort sans masse de raideur *k* et de longueur à vide ℓ_0.

L'autre extrémité est accrochée au sommet du boîtier en A.

On repère par *x(t)* la longueur instantanée du ressort.

Le mouvement de la masse est amorti par un frottement visqueux : $\vec{f} = -b.\vec{v}$ où $\vec{v}$ est la vitesse de *m* par rapport au boîtier.

On considère une secousse sismique sinusoïdale verticale transmise à A : $x_A = a.\cos(\Omega.t)$.



A l'équilibre — Hors équilibre

1 – Etablir l'équation différentielle du mouvement de la masse *m* dans le référentiel (*R*).

On posera : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ et $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{b.}{m}$

2 – En régime sinusoïdal permanent, déterminer la loi *x(t)*.

3 – Tracer l'allure du graphe de l'amplitude du mouvement de la masse en fonction de la pulsation de l'onde sismique pour différentes valeurs du facteur de qualité.

4 - Montrer que pour de faibles fréquences propres du ressort, l'appareil peut servir de sismographe.