Fénelon Sainte-Marie La Plaine Monceau GROUPE SCOLAIRE

Physique

TRAVAUX DIRIGES n°25

PC/PC*

2024-2025

Thème : Mécanique quantique

Mardi 18 mars 2025

PO512 – Expérience de Shimizu et Takuma

En 1992, ces physiciens réalisent une expérience d'interférences atomiques : des atomes de néon sont lâchés sans vitesse initiale à $H = 3{,}5\ cm$ au-dessus d'un écran percé de deux fentes d'Young, de largeur $\ell = 2{,}0\ \mu m$ et distantes de $d = 6{,}0\ \mu m$. Les atomes sont alors détectés sur une plaque située à une distance $D = 85\ cm$ à l'aplomb du plan des fentes. Chaque point sur la plaque réceptrice représente l'impact d'un atome.

1 – Comment se manifeste respectivement les caractères corpusculaire et ondulatoire des atomes de néons dans cette expérience ?

2 – On appelle O_1 et O_2 les centres des fentes d'Young. On considère les fonctions d'ondes au point M du récepteur à l'instant t censées représenter les atomes de néons issus de la fente *1* et respectivement de la fente *2* :

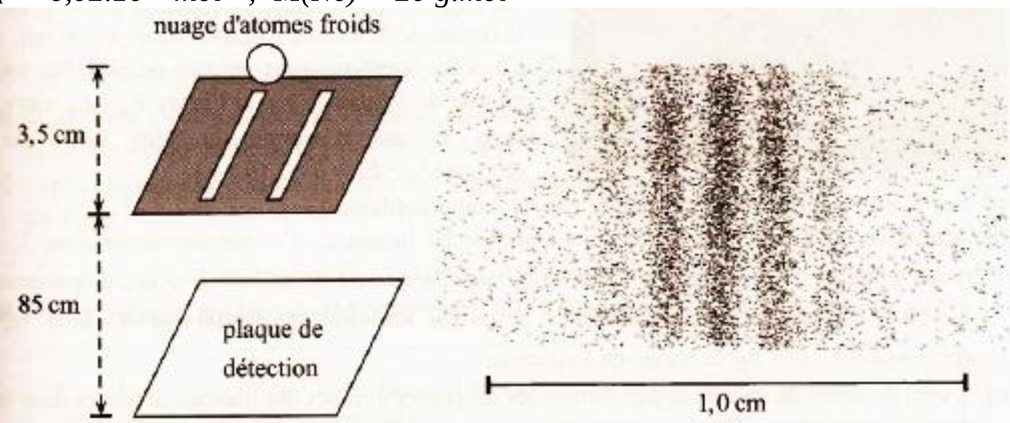
$$\psi_1(M,t) = A.e^{i.(k.O_1M-\omega.t)} \qquad \psi_2(M,t) = A.e^{i.(k.O_2M-\omega.t)}$$

Ecrire la fonction d'onde résultante en M. L'exprimer en fonction de la différence de chemin $\delta = O_2M - O_1M$.

3 – Déterminer δ en fonction de d, D et x abscisse sur le détecteur par rapport à son centre.

En déduire l'expression de l'interfrange, puis de la longueur d'onde de De Broglie des atomes de néon et enfin leur vitesse. Pourquoi n'utilise-t-on pas des atomes de néons plus rapides (issus d'un four par exemple).

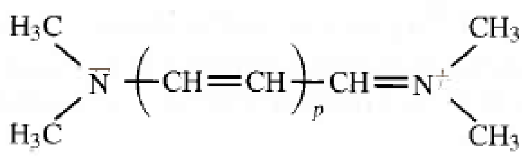
Données : $N_A = 6{,}02.10^{23}\ mol^{-1}$; $M(Ne) = 20\ g.mol^{-1}$



PO608 – Colorants organiques et modèle de Kuhn *(Ekaïn)*

En 1949, Hans Kuhn proposa pour calculer les propriétés électroniques d'une molécule présentant des liaisons conjuguées, comme celle représentée ci-dessous, d'oublier le squelette d'atomes de carbone, d'azote et d'hydrogène, et d'attribuer les propriétés optiques dans le domaine visible au seul nuage π. Dans un modèle simple, Kuhn propose que le N électrons π sont prisonniers d'un puits de potentiel infiniment profond, de longueur L.

1 – La molécule ci-contre appartient à la famille des cyanines symétriques. En incluant les atomes d'azote qui font partie du chromophore, quel est, en fonction de p, le nombre N d'électrons délocalisés ? On note ℓ la longueur moyenne d'une liaison (C-C ou C-N). Kuhn propose $L = N.\ell$.



2 – En exploitant l'analogie avec la corde vibrante, retrouver les différents niveaux d'énergie en fonction de $\hbar$, de la masse de l'électron m_e et de L.

3 – On admet que les électrons se répartissent dans les différents niveaux d'énergie en respectant les règles de Hund et de Pauli. Justifier l'existence d'une bande d'absorption due à une transition électronique entre le niveau d'énergie occupé le plus haut et le niveau d'énergie libre le plus bas. Identifier les numéros d'ordre de ces deux niveaux.

4 – En déduire l'expression de la longueur d'onde du rayonnement électromagnétique absorbé en fonction de m, c, h, L et N.

5 – Pour la famille des cyanines symétriques, les raies d'absorption mesurées sont :

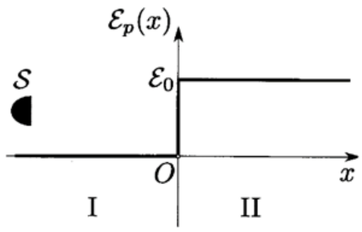
p	1	2	3	4	5
λ_0 (nm)	313	416	519	625	735

On donne $\ell = 0{,}139$ nm. Comparer ces valeurs expérimentales aux valeurs obtenues par le modèle de Kuhn. Quels peuvent être les causes des écarts observés ?

Données : masse de l'électron : $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; Constante de Planck : $h = 6{,}63.10^{-34}$ J.s

Célérité de la lumière : $c = 3{,}00.10^{8}$ m.s^{-1}.

PO610 – Marche de potentiel *(Théophane / Hugo)*



Une source S émet une particule d'énergie ε dans le sens d'un axe Ox croissant. La particule est soumise à une marche d'énergie potentielle $\varepsilon_p(x) = \varepsilon_0$ stationnaire pour tout x > 0.

On décrit quantitativement la particule par une fonction d'onde à une dimension $\underline{\Psi}_n(x,t)$ obéissant à l'équation de Schrödinger.

1 – Confirmer ou infirmer les propositions suivantes :

a) la particule ne peut se trouver dans un état libre dans la région II que si son énergie ε vérifie $\varepsilon > \varepsilon_0$.

b) La particule peut être réfléchie par la marche si $\varepsilon > \varepsilon_0$.

c) La particule ne peut pas se trouver dans la région II si $\varepsilon < \varepsilon_0$.

d) En $x = 0$ la fonction d'onde est continue, mais sa dérivée est discontinue si $\varepsilon < \varepsilon_0$.

La particule est dans un état stationnaire d'énergie ε tel que sa fonction d'onde ait la forme :

$$\underline{\Psi}(x,t) = \underline{\varphi}(x)e^{-i\varepsilon t/\hbar}$$

2 – On considère dans un premier temps que $\varepsilon > \varepsilon_0$.

2.1 – Ecrire les expressions de $\varphi^I(x)$ et $\varphi^{II}(x)$ dans les régions I et II. On introduira les vecteurs d'onde k_I et k_{II}.

2.2 – Etablir les expressions des coefficients de réflexion $\underline{r}$ et de transmission $\underline{\tau}$ en amplitude.

2.3 – Commenter ces expressions en faisant varier ε.

3 – On considère maintenant que $0 < \varepsilon < \varepsilon_0$. La fonction $\underline{\varphi}(x)$ dans les régions I et II s'écrit respectivement :

$$\underline{\varphi}^I(x) = \underline{A}_1\exp(\underline{c}_1 x) + \underline{B}_1\exp(-\underline{c}_1 x)$$
$$\underline{\varphi}^{II}(x) = \underline{A}_2\exp(\underline{c}_2 x) + \underline{B}_2\exp(-\underline{c}_2 x)$$

Où les parties imaginaires et réelles de $\underline{c}_1$ et $\underline{c}_2$ sont positives.

3.1 – Exprimer les coefficients de réflexion R et de transmission T en courant de probabilité.

3.2 – Calculer la profondeur caractéristique de pénétration δ dans la barrière d'un électron d'énergie $\varepsilon = 5$ eV pour une marche d'énergie $\varepsilon_0 = 6$ Ev

PO602 – Puits semi-infini *(Paul / Antoine P.)*

On étudie les états stationnaires d'une particule liée d'énergie E telle que $-V_0 < E < 0$ dans un puits de potentiel de la forme : $V(x < 0) = +\infty$; $V(0 \leq x \leq L) = -V_0$ et $V(x > L) = 0$ avec $V_0 > 0$.

a) Tracer $V(x)$.

b) On pose $V_0 + E = \frac{\hbar^2.k^2}{2.m}$ et $E = -\frac{\alpha^2.\hbar^2}{2.m}$.

Déterminer la partie spatiale des fonctions d'onde dans chaque domaine défini par les valeurs de $V(x)$. On ne cherchera pas à déterminer les constantes d'intégration à ce stade.

c) En déduire l'équation dont est solution k et montrer qu'il existe un nombre fini d'états liés.

Comparer l'énergie de liaison dans l'état fondamental avec celle d'un puits de même largeur mais de hauteur infinie des deux côtés.

✯**PO604 – Puits de Dirac** *(Raphaël)*

On étudie les états stationnaires $\psi(x,t) = \varphi(x).e^{-i.E.t/\hbar}$ d'une particule d'énergie E dans un puits de potentiel tel que : $V(|x| > \frac{a}{2}) = 0$ et $V(|x| < \frac{a}{2}) = -V_0$

a) On suppose que $a \rightarrow 0$ et $V_0 \rightarrow +\infty$ en maintenant le produit $a.V_0$ constant. On admet que $\varphi(x)$ est continue. En intégrant l'équation de Schrödinger indépendante du temps vérifiée par $\varphi(x)$ entre $-\frac{a}{2}$ et $+\frac{a}{2}$, montrer que la dérivée $\varphi'(x)$ subit une discontinuité finie dont on évaluera l'amplitude.

b) On cherche un état lié ($E < 0$) pair. Exprimer $\varphi(x)$ pour $x < 0$ et pour $x > 0$.

c) En déduire l'existence d'une unique solution et déterminer son énergie E_f.

d) Existe-t-il des états liés impairs ?