



Thème : Electrostatique

Mardi 15 janvier 2025

Champ et potentiel électrostatique

★EM102 – Nuage électronique de l’atome d’hydrogène (Camille)

La mécanique quantique permet d’établir que l’électron d’un atome d’hydrogène est délocalisé. Sa charge est alors représentée par la charge volumique électronique dans un atome d’hydrogène par :

$$\rho(r) = A \cdot e^{-2r/a_0} \text{ où } a_0 = 52,9 \text{ pm}$$

a_0 est le rayon de Bohr et r le rayon des coordonnées sphériques centrées sur le centre de l’atome.

1 - Calculer la constante A afin que la densité de charge caractérise bien la distribution de charge d’un électron $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

2 - Quel est le rayon de la sphère qui contient 95% de la charge totale ? (résolution numérique)

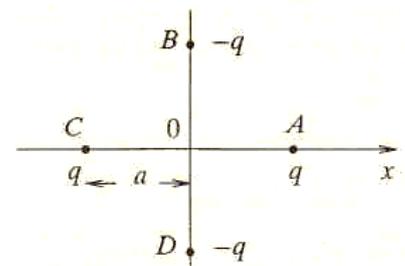
N.B. : La densité de charge fournie est obtenue dans le cas de l’orbitale $1s$ par la relation :

$$\rho(r) = \frac{dq}{d\tau} = -e \frac{dP}{d\tau} = -e |\psi|^2$$

EM112 – Quatre charges aux sommets d’un carré (Jean-Marc / Quentin)

1 – Calculer le potentiel créé par quatre charges A, B, C et D disposées aux sommets d’un carré en un point M du plan Oxy au voisinage du centre O : $|x|, |y| \ll a$.

2 – En déduire le champ électrostatique en M et l’équation des lignes de champ au voisinage de O .



EM114 – Interactions de trois particules chargées (Côme / Rachel)

Trois particules portant chacune la même charge q se trouvent initialement aux sommets d’un triangle équilatéral de hauteur h .

1 - Quelle est la force s’exerçant sur chacune des particules ?

2 - Quelle est l’énergie potentielle de chacune d’elle ?

3 - Elles sont libérées de leur emplacement. Quelle sera leur vitesse maximale ?

AN : $h = 1,0 \cdot 10^{-10} \text{ m}$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ SI}$; $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m = 9,0 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

EM132 - Champ d’un anneau chargé

La figure ci-contre représente la carte électrostatique dans le plan passant par Oz d’un anneau circulaire d’axe Oz et de rayon a chargé uniformément sur sa circonférence.

1 - Commenter l’allure des lignes de champ et des sections des surfaces équipotentiellles :

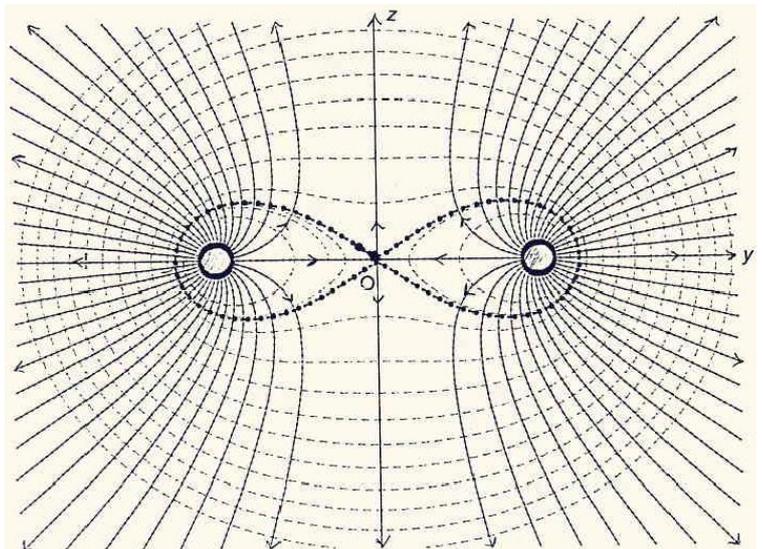
a) - du point de vue des symétries

b)- sur l’axe

c) - au voisinage de l’anneau

d) - à grande distance de l’anneau

2 - Commenter l’existence d’un point de champ nul et de l’équipotentielle critique correspondante (en pointillés gras).



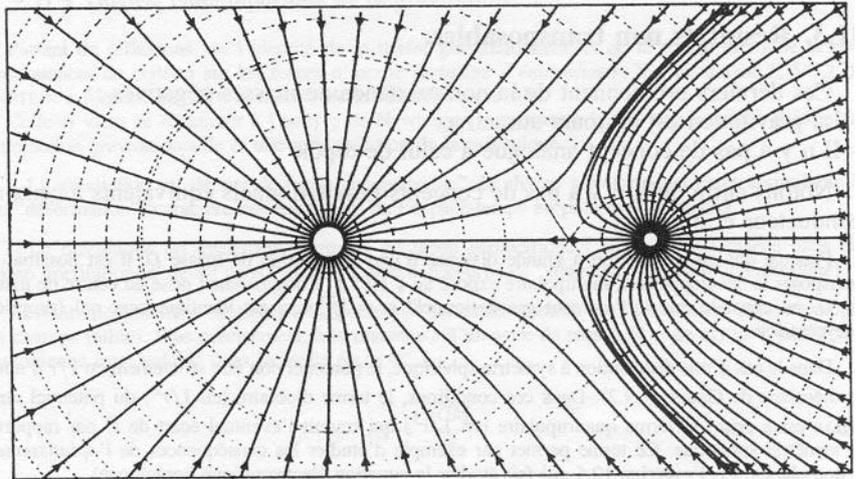
EM134 – Carte gravitationnelle (Zoé)

On a représenté ici la carte gravitationnelle du couple Terre-Lune.

1 – Identifier les lignes de champ gravitationnel et les courbes équipotentielles gravitationnelles.

2 – Identifier la Terre et la Lune. Justifier.

3 – A l'aide d'une méthode que l'on exposera, déterminer le rapport de masse entre ces deux astres.



Théorème de Gauss
Symétrie sphérique

EM204 - Champ et potentiel en coordonnées sphériques (Rim)

Une distribution de charge à symétrie sphérique autour d'un point O est décrite par la charge volumique :

$$\begin{cases} \rho(r) = \rho_0 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) & \text{pour } r \leq R \\ \rho(r) = 0 & \text{pour } r > R \end{cases} \quad \text{où } r = OP \text{ distance du point P chargé au centre de la distribution.}$$

1 – Calcul de charge.

- 1.1 – Exprimer la charge q contenue dans une boule de rayon $r < R$ et de centre O.
- 1.2 – En déduire la charge totale Q de la distribution.

2 – Calcul de champ

- 2.1 – Quelle est la direction du champ électrostatique en un point $M(r, \theta, \varphi)$?
- 2.2 – De quelles coordonnées de M dépend ce champ ?
- 2.3 – Sans calculer d'expression générale du champ, quelle est sa valeur en O ?
- 2.4 – A l'aide du théorème de Gauss local, calculer le champ en un point M pour $r < R$.
- 2.5 – De même pour un point extérieur.

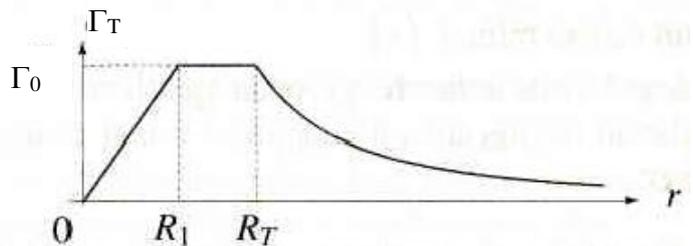
3 – Déterminer le potentiel en M extérieur à la boule d'une part et intérieur à la boule d'autre part.

★EM232 – Champ de gravitation terrestre (Guillaume)

1 - La terre est assimilée à une sphère de centre O, de rayon $R_T = 6,38 \cdot 10^3 \text{ km}$, de masse $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ uniformément répartie dans tout le volume.

- a) Déterminer le champ de gravitation $\vec{\Gamma}_T$ en tout point de l'espace.
- b) Tracer $\Gamma_T(r)$.
- c) Calculer la norme de Γ_0 de Γ_T à la surface de la terre. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$ constante de gravitation universelle.

2 – L'étude des ondes sismiques montre que le modèle de masse uniformément répartie n'est pas réaliste. Le modèle décrit par la courbe ci-dessous est plus conforme aux observations, avec $R_I = 3,50 \cdot 10^3 \text{ km}$.



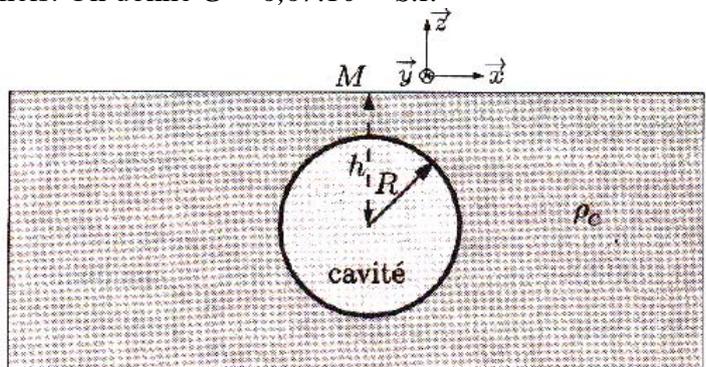
a) Tracer sur le même graphe la courbe $\Gamma_T(r)$ du modèle précédent.

- b) Calculer la masse volumique moyenne du noyau terrestre ($0 < r < R_I$).
- c) Tracer l'allure de la masse volumique $\rho(r)$ de la Terre.

EM234 – Gravimétrie (Benjamin / Albane)

La gravimétrie est l'étude des champs gravitationnels. On donne $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I.}$

On appelle $\vec{\Gamma}_0 = -\Gamma_0 \vec{e}_z$ le champ gravitationnel exercé à la surface d'un sol horizontal en l'absence de toute cavité ou autre anomalie dans le sous-sol de masse volumique uniforme $\rho_c = 2,6 \text{ g.cm}^{-3}$.



1 – A l'aide du théorème de Gauss appliqué au champ gravitationnel et du principe de superposition, déterminer l'expression de l'anomalie gravitationnelle $\Delta \vec{\Gamma}$ générée en un point M quelconque de la surface du sol.

2 – Tracer sur un même graphe, les allures $\Delta \Gamma_x$ et de $\Delta \Gamma_z$.

3 – Le champ de gravité se mesure en $Gal \text{ (cm.s}^{-2}\text{)}$. Un appareil de mesure de sensibilité $10 \mu Gal$ peut-il détecter une cavité de rayon $R = 5 \text{ m}$, située à $h = 10 \text{ m}$ de profondeur ?

Afin de localiser le plus précisément possible le point du sol se situant à la verticale du centre de la gravité, vaut-il mieux mesurer $\Delta \Gamma_x$ ou $\Delta \Gamma_z$?

Géométrie cartésienne

EM223 – Etude d'une membrane cellulaire (Hugo)

Une membrane cellulaire est assimilée au plan yOz ; l'axe Ox est orienté vers l'extérieur de la cellule.

Toutes les grandeurs physiques sont supposées ne dépendre que de l'abscisse x .

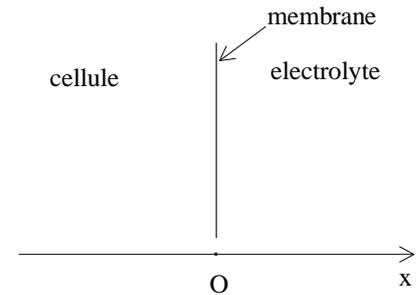
Une micro-électrode relevant l'évolution du potentiel à la traversée de la membrane (de l'extérieur vers l'intérieur de la cellule), indique une variation de potentiel électrique en général négative :

On schématise le potentiel par la fonction $V(x)$ suivante :

pour $x \leq 0$, $V(x) = -V_0$

pour $x > 0$, $V(x) = -V_0 \cdot \exp(-x/a)$

où V_0 est une constante positive homogène à un potentiel et où a est une distance.



1 – Calculer la densité volumique de charge de part et d'autre de la membrane à l'aide de la loi de Poisson $\Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$ après l'avoir démontrée.

2 – Déterminer le champ électrique en tout point. A partir de ce champ, retrouver la densité volumique de charge en tout point.

Quel processus bio-chimique permet l'existence d'une densité de charge non nulle dans l'électrolyte ?

3 – En examinant l'éventuelle discontinuité du champ électrique sur la membrane, évaluer la densité surfacique de charge qu'elle porte.

4 – Calculer la charge totale contenue dans un cylindre de section droite d'aire S et s'étendant le long de l'axe ($x'Ox$) entier. Commenter le résultat obtenu.