Sans terme source

TH304 – Vitrage *(Théophane / Hedwige)*

On considère une vitre plane d'aire S = 1,0 m² séparant une pièce de température $T_i = 292\ K$ et l'extérieur de température $T_e = 270\ K$ Sa conductivité thermique est $\lambda = 1{,}2\ W.m^{-1}.K^{-1}$ et d'épaisseur $e = 5{,}0\ mm$.

Dans tout l'exercice on se placera en **régime stationnaire**.

a – Avec l'hypothèse d'un contact thermique parfait sur chaque face de la vitre, déterminer le champ de température dans la vitre, puis sa résistance thermique.

b – On tient compte maintenant d'un transfert thermique de type conducto-convectif sur les faces de la vitre. Le flux thermique surfacique s'y écrit à l'aide de la loi de Newton : $\varphi = h\left(T_{solide} - T_{fluide}\right)$ où T_{solide} est la température de la vitre à l'interface vitre-atmosphère et T_{fluide}, la température de l'atmosphère en contact (ici, T_i ou T_e).

i - En déduire les températures des faces de la vitre. $h = 10$ *S.I.*

ii – Proposer un schéma associant des résistances thermiques traduisant les différents modes de transferts thermiques rencontrés.

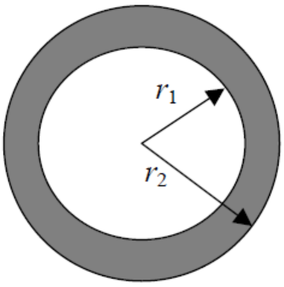
iii – En déduire le flux thermique qui traverse la vitre. Le comparer à celui de la question 1. Conclure.

c – Déterminer la résistance thermique d'un double vitrage séparé par une couche d'air. Les vitres et l'air les séparant ont même épaisseur $e = 5{,}0\ mm$.

La conductivité thermique de l'air est $\lambda' = 25.10^{-3}\ W.m^{-1}.K^{-1}$.

TH306 - Transfert thermique dans un tube (CCINP-PC-2004)

Soit un tube de rayon intérieur r_1 et de rayon extérieur r_2, infiniment long, de conductivité thermique λ. Les conditions thermiques sont telles que $T = T_1$ en $r = r_1$ et $T = T_2$ en $r = r_2$.



1 – Ecrire l'équation de la diffusion thermique vérifiée par le matériau du tube en régime stationnaire.

Déterminer le champ de température dans le matériau du tube.

En déduire l'expression du flux thermique Φ à travers une surface cylindrique coaxiale de rayon $r_1 \leq r \leq r_2$ et de longueur L.

Pourquoi ce flux est-il indépendant de r ?

2 - Etablir l'expression de la résistance thermique R_{th} d'une longueur L de tube et préciser son unité.

Donner une représentation schématique de cette relation, sous la forme d'un circuit électrique en précisant clairement l'analogie entre courant et potentiel électriques, et température et flux thermiques. Cette analogie sera largement utilisée dans la suite du problème.

3 - A l'interface entre un solide et un fluide, les échanges thermiques convectifs obéissent à la loi de Newton $\vec{j_c} = h_c.\left(T_p - T_f\right).\vec{n}$ vecteur densité surfacique de flux thermique échangé entre la paroi à la température T_p et le fluide dont la température loin de la paroi est T_f. $\vec{n}$ est la normale à la paroi orientée vers le fluide. h_c est le coefficient d'échange convectif.

En appliquant l'analogie électrique, établir l'expression de la résistance R_c équivalente à l'échange convectif entre une paroi cylindrique de rayon r_2, de longueur L, à la température T_p et un fluide de température constante et uniforme T_f

Montrer que si le coefficient d'échange convectif tend vers l'infini, la température de la paroi tend vers T_f.

4 - Aux échanges convectifs paroi-fluide on doit, dans certains cas, ajouter les échanges par rayonnement thermique. Une façon simplifiée de prendre en compte le rayonnement est d'écrire que la densité surfacique de flux radiatif échangée entre une paroi à la température T_p et un milieu ambiant à la température T_{amb} est donnée par : $\overrightarrow{j_{ray}} = \varepsilon.\sigma.\left(T_p^4 - T_{amb}^4\right).\vec{n}$

$\vec{n}$ est la normale à la paroi orientée vers l'extérieur. ε est un coefficient sans dimension, compris entre 0 et 1, appelé émissivité. $\sigma = 5{,}67\ 10^{-8}\ W\ m^{-2}\ K^{-4}$ est la constante de Stefan. Les températures sont exprimées en Kelvin.

Lorsque les écarts de température entre T_p et T_{amb} sont « faibles », on peut linéariser le flux radiatif.

Etablir alors la nouvelle expression de $\overrightarrow{j_{ray}}$ proportionnelle à $T_p - T_{amb}$.

Définir un coefficient h_{ray} analogue à h_c.

Avec $\varepsilon = 0{,}6$, $T_p = 333\ K$, $T_{amb} = 293\ K$ et $T_f = T_{amb}$, calculer la densité de flux radiatif. La comparer à la densité de flux convectif calculée avec $h_c = 5\ W\ m^{-2}\ K^{-1}$.

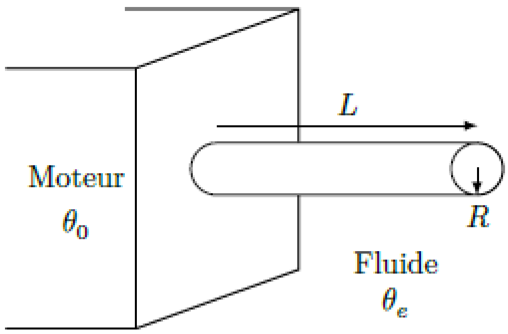
5 - En prenant en compte les échanges convectif et radiatif, établir le schéma électrique équivalent aux échanges thermiques entre la paroi solide et le milieu ambiant.

TH310 – Nombre d'ailettes *(Brieuc / Henri)*

On souhaite refroidir un moteur en fixant sur lui un certain nombre d'ailettes (parallèle à un axe Ox) de forme cylindrique (rayon R, longueur L), de conductivité thermique λ. Chaque ailette est au contact d'un fluide à la température $\theta_e < \theta_0$ où θ_0 est la température du moteur.

Au niveau de la surface de contact avec le fluide, les pertes thermiques par unité de temps et de surface s'écrivent $\delta Q = h.(\theta_s - \theta_e).dS.dt$ avec h constant (relation de Newton).

On suppose que le rapport R/L est suffisamment grand pour considérer que la température de l'ailette ne dépend que de x.



1 - Combien doit-on placer d'ailettes sur le moteur sachant que le flux thermique à évacuer vaut $\Phi_T = 40\ W$?

2 - Comment améliorer le refroidissement du moteur par ces ailettes ?

Données numériques : $\lambda = 400\ W.m^{-1}.K^{-1}$; $h = 100\ W.m^{-2}.K^{-1}$

$R = 2{,}0\ mm$; $L = 15\ cm$

$\theta_0 = 82\ °C$; $\theta_e = 22\ °C$

☆ **TH312 – Diffusion thermique et création d'entropie**

On considère un solide indilatable et incompressible homogène et isotrope de masse volumique μ, de capacité thermique massique c et de conductivité thermique κ, dans lequel se produit un phénomène de diffusion thermique.

1 – Ecrire l'équation locale de conservation de l'énergie.

2 – Montrer que la dérivée temporelle de l'entropie volumique s'écrit :

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\mu.c}{T}.\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)$$

3 – En intégrant cette relation, combinée à la relation trouvée en 1), sur tout le volume du solide, montrer que l'entropie créée par unité de volume et de temps au sein du solide s'écrit :

$$\sigma = \vec{j_Q}.\overrightarrow{grad}\left(\frac{1}{T}\right)$$

Conclure

On donne la formule d'analyse vectorielle : $div\left(f.\vec{A}\right) = f.div\,\vec{A} + \vec{A}.\overrightarrow{grad}\,f$

✯ TH316 – Mise en température d'une tige cylindrique *(Inès)*

On considère un solide ayant la forme d'une tige de section cylindrique de rayon R, de longueur h, de masse volumique ρ, de capacité calorifique c et de conductivité thermique κ.
On appelle x l'abscisse d'un point de la tige. On suppose que la température ne dépend que de x et t.
La tige a une température uniforme T_0.
A l'instant initial $t = 0$, on met les extrémités de la tige en contact avec deux sources de chaleur de température identique T_1.
On posera $D = \frac{\kappa}{\rho.c}$ diffusivité thermique.

1 – On pose $\theta(x,t) = T(x,t) - T_1$.
Quelles sont les conditions initiales et les conditions aux limites à imposer à la fonction $\theta(x,t)$?

2 – On cherche une solution à variables séparées de la forme : $\theta(x,t) = f(t).g(x)$

2.1 – Montrer que $g(x)$ est solution de l'équation différentielle $g'' + K.g = 0$ où K est une constante.

2.2 – A l'aide des conditions aux limites, montrer que K est une constante positive (on posera $K = k^2$) et ne peut prendre que certaines valeurs dépendant d'un entier n.

2.3 – A quelle équation différentielle obéit $f(t)$? Montrer que les solutions de cette équation différentielle dépendent du même entier n.

2.4 – Ecrire la solution sous la forme : $\theta(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n\,.exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right).sin(k_n.x)$

En donnant les expressions de τ_n et k_n en fonction de n, h et D.

3 – A l'aide des conditions initiales montrer que le calcul des coefficients b_n se ramène au calcul des coefficients de Fourier d'une fonction $F(x)$ dont on précisera la parité et la période.
On donne : $b_n = 0$ pour n pair et $b_n = \frac{4\theta(x,0)}{\pi n}$ pour n impair.

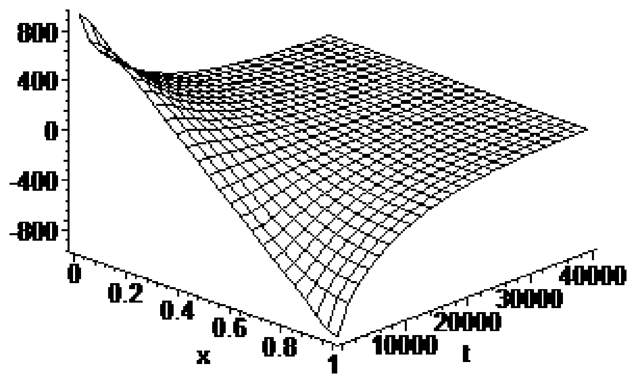
4 – Calculer le rapport entre un terme quelconque du développement du 2.4 et le 1er terme. Montrer qu'à partir d'un instant t_1 dont on donnera un ordre de grandeur, on peut ne garder que le 1er terme.

Donner l'allure de $\theta(x,t)$ pour $t << t_1$
pour $t > t_1$
pour $t \rightarrow \infty$

A partir de quel instant a-t-on

$$\left|\frac{T(x,t)-T_1}{T_1}\right| < 10^{-2} \text{ ?}$$

Données : $h = 1{,}00\ m$; $R = 2{,}00\ cm$;
$\rho = 9000\ kg.m^{-3}$; $c = 0{,}400\ kJ.kg^{-1}$;
$\kappa = 400\ W.m^{-1}.s^{-1}$
$T_0 = 370\ K$; $T_1 = 300\ K$



TH318 – Dimensionnement d'un climatiseur *(Oral PT)*

Un préfabriqué est composé de murs dont la surface totale est $S = 55\ m^2$, et de vitres, d'épaisseur $e = 6{,}0\ mm$ et de surface totale $s = 5{,}0\ m^2$; on cherche à dimensionner pour lui un climatiseur. Les murs ont une épaisseur/conductivité $\frac{E}{\lambda} = 2{,}5\ m^2.K.W^{-1}$, les vitres ont une conductivité $\lambda' = 1{,}0\ W.m^{-1}.K^{-1}$.

1 – Donner la définition de régime permanent.

2 – Donner la résistance thermique de l'ensemble du préfabriqué et commenter.

3 – Un climatiseur ditherme est placé dans la salle, l'air extérieur est à $T_{ext} = 30\ °C$ et l'intérieur est ainsi maintenu à $T_{int} = 20\ °C$.
Schématiser le système, donner les signes des transferts d'énergie et calculer l'efficacité dans le cas où cette machine est réversible.

4 – Quelle est la puissance électrique nécessaire ?

5 – Loi de Newton : commenter qualitativement l'effet du vent sur les échanges thermiques dans le préfabriqué.

Avec terme source

TH322 -Réchauffons une brioche *(Karl / Ariane)*

Une brioche (gâteau) notée (**B**), considérée comme homogène, isotrope et sphérique (rayon R et centre O), est réchauffée dans un four à micro-ondes.

La brioche est constituée d'un matériau de conductivité thermique λ constante et uniforme.

A l'intérieur du four, l'appareil délivre une puissance thermique totale P_{th} constante, entièrement absorbée par (**B**) (l'air sec enveloppant la brioche est insensible aux micro-ondes) ;

La puissance volumique p, absorbée à l'intérieur du gâteau, est supposée uniforme et constante ;

Le flux thermique sortant de la brioche s'évacue rapidement, grâce à l'air ventilé, à l'extérieur du four : la paroi externe de (**B**) est ainsi maintenue à la température constante T_0.

L'air sec enveloppant la brioche ne présente aucune absorption thermique, et est maintenu à la température constante T_0 ; Le phénomène est envisagé en régime permanent et stationnaire.

1 - Quelle relation existe-t-il en régime stationnaire, entre $\Phi(R)$ flux thermique sortant de la brioche et p ?

2 – Ecrire l'équation différentielle vérifiée par $T(r)$.

3 - Déterminer l'expression de la température $T(r)$ à l'intérieur de la brioche.

4 - Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $T(r)$.

5 - Localiser la partie la plus « carbonisée » de la brioche, si celle-ci est maintenue trop longtemps dans le four en fonctionnement.

Rayonnement thermique

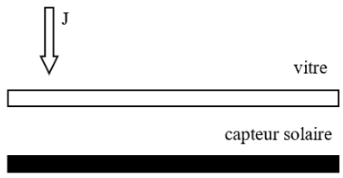
TH402 - Capteur solaire et effet de serre

1 – Une surface noire plane absorbe totalement le rayonnement solaire auquel elle est exposée et le réémet suivant une loi de corps noir dont la température T_0 est celle de la surface.

Effectuer le bilan énergétique de la surface en négligeant les pertes par conduction et par convection et déterminer l'expression de T_0 en fonction de J, puissance solaire reçue par unité de surface de corps noir. Dans tout l'exercice, on négligera les effets de bord.

Application numérique : $J = 800\ W.m^{-2}$.

Calculer T_0 et préciser le domaine spectral du rayonnement réémis.



2 – On interpose une vitre entre la surface noire et le rayonnement solaire. Sachant que le verre absorbe totalement l'infrarouge de longueur d'onde supérieure à $1\ \mu m$ et que le rayonnement solaire n'en contient presque pas, effectuer un nouveau bilan énergétique pour la surface du corps noir exposé ainsi que pour la vitre.

En déduire la température T_1 de la surface. *Application numérique*.

3 – On fait circuler de l'eau à la surface du capteur noir. L'eau arrive à la température $t_3 = 10°C$ et maintient la surface à la température $t_2 = 60°C$.

Quelle aire S de capteur faut-il utiliser pour produire *20 litres* d'eau chaude à *60°C* par heure ?

Quelle fraction d'énergie incidente est captée (rendement)

Données : Constante de Stefan : $\sigma = 5{,}67.10^{-8}\ W.m^{-2}.K^{-4}$.

Capacité calorifique de l'eau : $c_0 = 4{,}18\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$.   Masse volumique de l'eau : $\rho = 1{,}00.10^3\ kg.m^{-3}$.