



MF512 – Mesure de viscosité (RESOLUTION de PROBLEME)

On donne la masse volumique $\mu' = 8.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ de l'acier, la masse volumique $\mu = 0,9.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ et la viscosité $\eta = 0,1 \text{ Pl}$ de la glycérine. Une bille d'acier, sphérique de rayon r , est abandonnée sans vitesse initiale dans une éprouvette graduée de hauteur h . On veut mesurer la viscosité de la glycérine en mesurant la durée τ que met la bille à atteindre le fond de l'éprouvette.

Comment faut-il choisir le rayon r et la hauteur h ?

MF514 -Maquette d'avion

Soit un avion de longueur L destiné à voler à la vitesse U . On veut étudier sa maquette à l'échelle $1/10$ dans une soufflerie.

1 - Dans une soufflerie à air, quelle vitesse doit avoir l'écoulement pour reproduire la réalité ? Quel problème cela peut-il poser ?

2 - La force de traînée est la force qu'exerce l'écoulement sur l'avion. On démontre qu'elle est proportionnelle à $\rho \cdot U^2 \cdot S$ où S est l'aire de la section de l'avion en vue de face. On note F_m la norme de force de traînée ressentie par la maquette et F celle de la force de traînée de l'avion réel.

Quel lien y a-t-il entre ces deux forces ?

3 - Au lieu d'une soufflerie à air, on utilise une veine liquide (tunnel à écoulement d'eau).

Quelle vitesse doit avoir l'eau pour simuler la réalité ?

Données : $\eta_{\text{eau}} \approx 10^{-3} \text{ Pl}$; $\eta_{\text{air}} \approx 10^{-5} \text{ Pl}$; $\rho_{\text{eau}} = 1,0.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$; $\rho_{\text{air}} = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$

MF516 – Coefficient de traînée d'un cylindre

On donne ci-contre le graphe du coefficient de traînée $C_x(R_e)$ pour un cylindre de diamètre D dont la section fait face à l'écoulement.

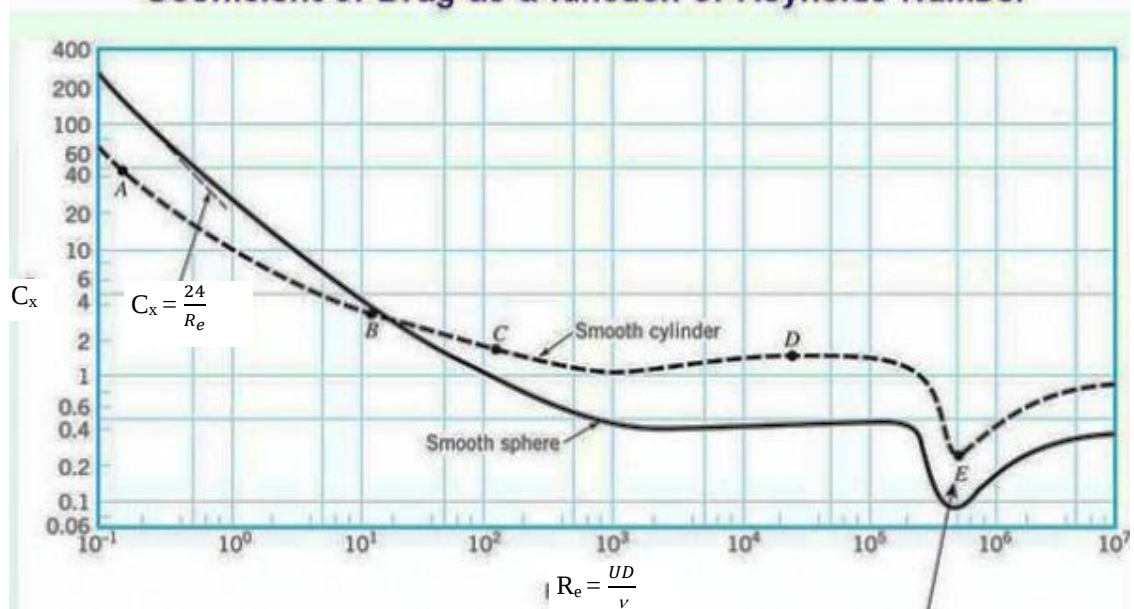
Le coefficient C_x est défini par l'expression générale de la force de frottement exercée sur un obstacle par un fluide en écoulement à la vitesse U loin de l'obstacle : $\vec{F} = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot S \cdot C_x \cdot U \cdot \vec{U}$ qu'exerce un fluide, où

ρ_f : masse volumique du fluide ; S : maître couple (surface de l'obstacle projetée dans la direction de $\vec{U}$)

Par analogie avec la méthode employée pour la sphère, déterminer l'expression de la force de traînée

- Pour $R_e < 1$
- Pour $10^4 < R_e < 10^5$

Coefficient of Drag as a function of Reynolds Number



MF502 – Écoulement entraîné par un plan oscillant : onde de cisaillement (Héloïse / Quentin)

Un fluide incompressible de viscosité η se trouve au-dessus d'un plan infini d'ordonnées $y = 0$ animé d'un mouvement oscillant $x(t) = A \sin(\omega t)$. Le champ de pesanteur est uniforme $\vec{g} = -g \cdot \vec{e}_y$.

1 - Le fluide est supposé au repos infiniment loin du plan. Justifier qualitativement cette hypothèse.

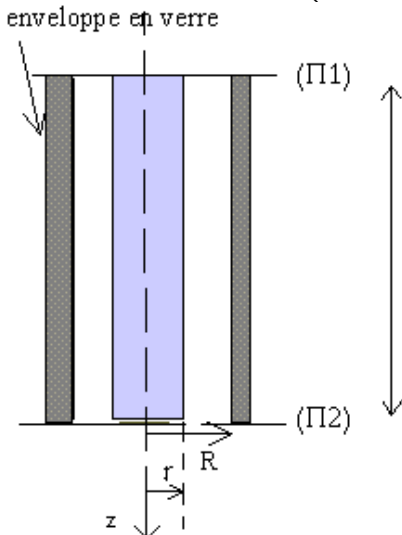
On se limite à un champ de vitesse laminaire de la forme $\vec{v} = v(y, t) \cdot \vec{e}_x$.

2 – Ecrire l'équation de Navier-Stokes, la projeter et la simplifier.

3 – On cherche des solutions harmoniques à variables séparées $v(y, t) = f(y) \cdot \cos(\omega t + \varphi(y))$. Déterminer $f(y)$ et $\varphi(y)$. On utilisera avantageusement la notation complexe.

4 - En déduire une échelle typique de longueur sur laquelle la fonction $f(y)$ varie. Est-il possible de propager une onde de cisaillement dans ce fluide (cas de l'eau : $\eta = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\omega = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$) ? Est-ce le cas dans les solides (on pense aux séismes) ?

MF504 – Viscosimètre (Yannis / Hedwige)



On considère un capillaire constitué d'un cylindre de rayon intérieur R , de longueur L , surmonté d'une cuve et rempli d'un liquide incompressible de masse volumique μ , de viscosité dynamique η . Le liquide s'écoule longitudinalement dans le capillaire, depuis le haut vers le bas, c'est-à-dire depuis Π_1 vers Π_2 .

1 On suppose l'écoulement stationnaire.

On s'intéresse à une portion de liquide (représentée en grisé dans le schéma ci-contre) contenue dans un cylindre de rayon r ($r < R$), compris entre les plans Π_1 vers Π_2 distants de L .

On notera P_1 et P_2 les pressions dans les plans Π_1 vers Π_2 .

1 - Faire un bilan des forces s'exerçant sur le cylindre de rayon r .

2 - On admettra que la vitesse ne dépend pas de z .

Déduire alors de la question précédente une équation de la forme

$$\frac{dv}{dr} = k \cdot r \text{ où } k \text{ s'exprime en fonction de } L, P_1, P_2, \mu \text{ et } \eta \text{ et du module } g \text{ du champ de pesanteur.}$$

3 - En déduire $v(r)$ en précisant la constante d'intégration.

4 - Tracer le profil $v(r)$ des vitesses.

5 - En déduire, en fonction de $P_1, P_2, \mu, g, L, \eta, R, r$ et dr le débit de volume s'écoulant à travers une couronne de rayon compris entre r et $r + dr$.

Etablir l'expression du débit total de volume à travers le capillaire.

MF506 – Viscosimètre à écoulement (Sixtine)

On considère un viscosimètre constitué d'un capillaire de rayon R surmonté d'un récipient, de section droite circulaire et de rayon R' dans sa partie supérieure. L'ensemble est rempli de liquide de viscosité η de masse volumique ρ et les sections (2) et (3) sont à l'air libre.

1 - Justifier rapidement le fait que la pression au sommet (section (3)) et à la base (section (2)) du récipient est égale à la pression atmosphérique P_0 . Préciser la différence de pression $P_1 - P_3$ (P_1 étant la pression correspondant à la section (1)) en fonction des données indiquées sur le schéma.

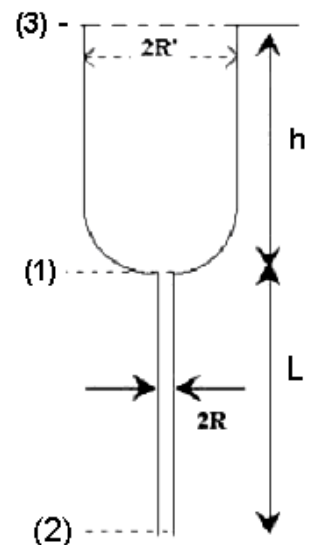
On supposera $R' \gg R$ que l'écoulement est suffisamment lent pour l'assimiler à un régime permanent (A.R.Q.S.)

2 - Exprimer le débit de volume Q_v en fonction de R' et $\frac{dh}{dt}$.

3 - On rappelle la loi de Poiseuille donnant le débit volumique dans un tuyau de rayon R et de longueur L : $Q_v = \frac{\pi \Delta P}{8 L \eta} R^4$. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $h(t)$. En notant $h(t=0) = h_0$, en déduire $h(t)$.

4 - Sachant qu'il a fallu 7 minutes pour que le niveau baisse de 5,0 cm, en déduire la viscosité cinématique ν du liquide.

Données : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $2R = 1,0 \text{ mm}$, $L = 10 \text{ cm}$, $\pi R'^2 = 4,0 \text{ cm}^2$, $h_0 = 10 \text{ cm}$



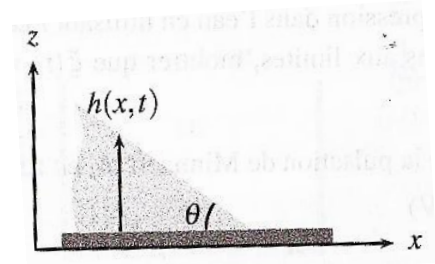
★ MF518 – Étalement d'un coin liquide (Guillaume)

On considère l'étalement d'un coin de liquide sur un substrat sous l'effet de la gravité. La pression ambiante est uniforme et vaut p_0

On suppose $\theta \ll 1$. L'écoulement est supposé incompressible et invariant par translation perpendiculairement à la figure. On suppose que l'écoulement est décrit par le champ des vitesses approché suivant :

$$\vec{v}(x, z) = v(x, z, t) \cdot \vec{u}_x$$

On note η la viscosité dynamique du liquide et μ sa masse volumique.



Considérons un liquide suffisamment visqueux pour que la durée d'étalement soit longue devant la durée de diffusion de quantité de mouvement et que l'écoulement soit rampant.

1 – Justifier les simplifications suivantes de l'équation de Navier-Stokes :

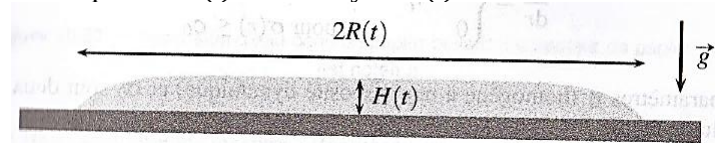
$$\mu \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\overrightarrow{\text{grad}p} + \mu \vec{g} + \eta \Delta \vec{v} \Rightarrow \begin{cases} 0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \\ 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} - \mu g \end{cases}$$

2 – Ecrire l'équation différentielle vérifiée par $v_x(x, z)$ et fonction de $\frac{\partial h}{\partial x}$.

3 – Donner l'expression de $v_x(x, z)$ en fonction de $\eta, \frac{\partial h}{\partial x}, \mu, g, z$ et $h(x)$.

4 – Déterminer l'expression du débit volumique Q par unité de longueur selon (Oy) et en fonction de η, μ, g, h et $\frac{\partial h}{\partial x}$

5 – Le coin de liquide étudié modélise l'écoulement dans une goutte en étalement sur une surface solide. On suppose que la goutte, aplatie par la gravité, présente une symétrie de révolution autour d'un axe vertical. Sa hauteur caractéristique est $H(t)$ et son rayon $R(t)$.



On souhaite caractériser la dynamique d'étalement de la goutte en raisonnant sur des ordres de grandeur. On suppose $H \ll R$. Au cours de l'étalement, le volume $V \approx R^2 H$ de la goutte se conserve.

- A l'aide de la relation établie à la question 4, estimer l'ordre de grandeur de Q en fonction de η, μ, g, H et R .
- Estimer par ailleurs l'ordre de grandeur du débit volumique Q en fonction de $\dot{R}$ et H .
- En déduire que $R^7 \dot{R} \approx \frac{\mu g V^3}{\eta}$. Comment le rayon de la goutte varie-t-il en fonction du temps ?
- Les mesures figurant ci-dessous sont celles effectuées par A.M. Cazabat et M. Cohen-Stuart. Elles correspondent à l'étalement d'une goutte d'huile de silicone de viscosité $\eta = 0,02 \text{ Pa.s}$, de volume $V = 14,4 \mu\text{L}$ sur un substrat de verre poli hydrophile.

Temps t (s)	43,8	115,1	203,9	286,6	311,0	899,6
Rayon R (mm)	6,8	7,7	8,2	8,5	8,7	9,9

Vérifier que la loi théorique obtenue au 5c) permet d'interpréter les mesures.