

Po 6/10 : Marche de potentiel

1a) Etat libre $\Leftrightarrow \Psi(x,t) = \text{onde plane}$, solution de l'équation de Schrödinger indépendante du temps $\Psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} (E - E_0) \Psi = 0$ si $E > E_0$

b) Réflexion probable si $E > E_0$, car la marche impose une C.L. qui génère une onde réfléchie

c) Par effet tunnel dans la zone II (onde évanesciente) la particule a une probabilité non nulle de pénétrer dans la zone II.

d) La dérivée de Ψ n'est discontinue que dans le cas d'une marche de hauteur infinie.

11.

(I)

Eq. de S. indptte de t

(II)

$$\Psi'' + \frac{2mE}{\hbar^2} \Psi = 0$$

$$k_I^2$$

$$\Psi'' + \frac{2m(E - E_0)}{\hbar^2} \Psi = 0$$

$$k_{II}^2$$

Solutions.

$$\Psi^I(x) = A_1 e^{ik_I x} + B_1 e^{-ik_I x}$$

$$\Psi^{II}(x) = A_2 e^{ik_{II} x}$$

(Pas d'onde réfléchie car zone II semi-infinie)

Cond. limites

$$\Psi^I(0) = A_1 + B_1$$

$$\Psi^{II}(0) = A_2$$

$$\Psi^{I'}(0) = ik_I (A_1 - B_1)$$

$$\Psi^{II'}(0) = ik_{II} A_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 + B_1 = A_2 & (a) \\ A_1 - B_1 = \frac{k_{II}}{k_I} A_2 & (b) \end{cases}$$

22. $r = \frac{B_1}{A_1}$; ~~FAUX~~

$$t = \frac{A_2}{A_1}$$

(a) : $1 + r = t$

(b) : $1 - r = \frac{k_{II}}{k_I} t$

$$\frac{k_I}{k_I} (a) - (b) : \left(\frac{k_{II}}{k_I} - 1 \right) + \left(\frac{k_I}{k_I} - 1 \right) r = 0 \Rightarrow r = \frac{k_I - k_{II}}{k_I + k_{II}}$$

$$(a) + (b) : 2 = \left(1 + \frac{k_{II}}{k_I} \right) t \Rightarrow t = \frac{2k_I}{k_I + k_{II}}$$



$$\Rightarrow \underline{r} = \frac{\sqrt{E} - \sqrt{E-E_0}}{\sqrt{E} + \sqrt{E-E_0}} \quad \xrightarrow{E \rightarrow E_0} 1 \quad \text{Reflexion totale} \quad \left| \quad \underline{r} \xrightarrow{E \rightarrow \infty} 0 \quad \text{Transmission totale.} \right.$$

$$\underline{t} = \frac{2\sqrt{E}}{\sqrt{E} + \sqrt{E-E_0}} \quad \xrightarrow{E \rightarrow E_0} 2 \quad \left| \quad \underline{t} \xrightarrow{E \rightarrow \infty} 1 \right.$$

3) 1. * $\epsilon_1 = ik_1$

* $\epsilon_2 = \sqrt{\frac{2m(E-E_0)}{\hbar^2}} > 0$; $A_2 = 0$ pour que ψ reste normalisable.

Les conditions limites donnent: (a'): $1 + \underline{r} = \underline{t}$

(b'): $1 - \underline{r} = i \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \underline{t}$

$$R = \frac{\|\vec{j}_{\text{refl}}\|}{\|\vec{j}_{\text{inc}}\|} = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2} = |\underline{r}|^2 = 1$$

$$T = \frac{\|\vec{j}_{\text{tran}}\|}{\|\vec{j}_{\text{inc}}\|} = 0 \quad \text{car} \quad \psi_{II} = B_2 e^{-\epsilon_2 x} e^{-iEt/\hbar}$$

n'est pas une onde progressive

$$32. |\psi_{II}|^2 = B_2^2 e^{-2\epsilon_2 x} \Rightarrow \delta = \frac{1}{2\epsilon_2} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(E-E_0)}}$$

AN. En ordg. $\delta \approx \frac{10^{-34}}{\sqrt{10^{-29} \cdot 10^{-19}}} = \frac{10^{-34}}{10^{-24}} \approx 1 \text{ \AA} = 0,1 \text{ nm}$

