

70. 404 - Couche anti-reflet

1. Région I : $z < -\frac{e}{2}$: superposition onde incidente + réfléchi

$$\vec{E}_I = \left[E_{0I} e^{i(\omega t - k_I z)} + E'_{0I} e^{i(\omega t + k_I z)} \right] \vec{e}_x$$

$$\vec{B}_I = \left[\frac{E_{0I}}{c} e^{i(\omega t - k_I z)} - \frac{E'_{0I}}{c} e^{i(\omega t + k_I z)} \right] \vec{e}_y$$

$$\vec{k}_I = \frac{\omega}{c} \vec{e}_z$$

Région II : $-\frac{e}{2} < z < \frac{e}{2}$: superposition onde incidente + réfléchi

$$\vec{E}_{II} = \left[E_{0II} e^{i(\omega t - k_{II} z)} + E'_{0II} e^{i(\omega t + k_{II} z)} \right] \vec{e}_x$$

$$\vec{B}_{II} = \left[\frac{n_0 E_{0II}}{c} e^{i(\omega t - k_{II} z)} - \frac{n_0 E'_{0II}}{c} e^{i(\omega t + k_{II} z)} \right] \vec{e}_y$$

$$\vec{k}_{II} = n_0 \frac{\omega}{c} \vec{e}_z$$

Région III : $z > \frac{e}{2}$ Onde progressive

$$\vec{E}_{III} = E_{0III} e^{i(\omega t - k_{III} z)} \vec{e}_x$$

$$\vec{B}_{III} = \frac{n}{c} E_{0III} e^{i(\omega t - k_{III} z)} \vec{e}_y$$

$$\vec{k}_{III} = n \frac{\omega}{c} \vec{e}_z$$

2. en $z = -\frac{e}{2}$:

$$\begin{cases} E_{0I} e^{+i \frac{\omega e}{2c}} + E'_{0I} e^{-i \frac{\omega e}{2c}} = E_{0II} e^{i n_0 \frac{\omega e}{2c}} + E'_{0II} e^{-i n_0 \frac{\omega e}{2c}} \\ E_{0I} e^{i \frac{\omega e}{2c}} - E'_{0I} e^{-i \frac{\omega e}{2c}} = \left(E_{0II} e^{i n_0 \frac{\omega e}{2c}} - E'_{0II} e^{-i n_0 \frac{\omega e}{2c}} \right) n_0 \end{cases}$$

en $z = \frac{e}{2}$:

$$\begin{cases} E_{0II} e^{i \frac{\omega e}{2c} n_0} + E'_{0II} e^{i n_0 \frac{\omega e}{2c}} = E_{0III} e^{-i n \frac{\omega e}{2c}} \\ E_{0II} e^{-i \frac{\omega e}{2c} n_0} - E'_{0II} e^{i n_0 \frac{\omega e}{2c}} = n E_{0III} e^{-i n \frac{\omega e}{2c}} \end{cases}$$

3. Soit $\alpha = \frac{\omega e}{2c} \rightarrow$

$$\begin{cases} E_{0I} e^{i\alpha} + E'_{0I} e^{-i\alpha} = E_{0II} e^{i n \alpha} + E'_{0II} e^{-i n \alpha} & (a) \\ E_{0I} e^{i\alpha} - E'_{0I} e^{-i\alpha} = n_0 (E_{0II} e^{i n \alpha} - E'_{0II} e^{-i n \alpha}) & (b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{0II} e^{-i n \alpha} + E'_{0II} e^{i n \alpha} = E_{0III} e^{-i \alpha} & (c) \\ n (E_{0II} e^{-i n \alpha} - E'_{0II} e^{i n \alpha}) = n E_{0III} e^{-i \alpha} & (d) \end{cases}$$

$n_0(a) + (b)$:

$$(n_0 + 1) E_{0I} e^{i\alpha} + (n_0 - 1) E'_{0I} e^{-i\alpha} = 2 n_0 E_{0II} e^{i n \alpha}$$

$n_0(a) - (b)$:

$$(n_0 - 1) E_{0I} e^{i\alpha} + (n_0 + 1) E'_{0I} e^{-i\alpha} = 2 n_0 E'_{0II} e^{-i n \alpha}$$

dans (c) :

$$(n_0 + 1) E_{0II} e^{i(1-2n_0)\alpha} + (n_0 - 1) E'_{0II} e^{-i(1+2n_0)\alpha} + (n_0 - 1) E_{0II} e^{i(1+2n_0)\alpha} + (n_0 + 1) E'_{0II} e^{-i(1-2n_0)\alpha} = 2 n_0 E_{0III} e^{-i\alpha}$$

(e)

$$E_{0I} e^{i\alpha} \left((n_0 + 1) e^{-2i n_0 \alpha} + (n_0 - 1) e^{2i n_0 \alpha} \right) + E'_{0I} e^{-i\alpha} \left((n_0 - 1) e^{-2i n_0 \alpha} + (n_0 + 1) e^{2i n_0 \alpha} \right) = 2 n_0 E_{0III} e^{-i\alpha}$$

dans (d) :

$$(n_0 + 1) E_{0II} e^{i(1-2n_0)\alpha} + (n_0 + 1) E'_{0II} e^{-i(1+2n_0)\alpha} - (n_0 - 1) E_{0II} e^{i(1+2n_0)\alpha} + (n_0 + 1) E'_{0II} e^{-i(1-2n_0)\alpha} = 2 n E_{0III} e^{-i\alpha}$$

(f)

$$E_{0I} e^{i\alpha} \left((n_0 + 1) e^{-2i n_0 \alpha} - (n_0 - 1) e^{2i n_0 \alpha} \right) + E'_{0I} e^{-i\alpha} \left((n_0 - 1) e^{-2i n_0 \alpha} + (n_0 + 1) e^{2i n_0 \alpha} \right) = 2 n E_{0III} e^{-i\alpha}$$

$\frac{n}{n_0}(e) - (f)$:

$$E_{0I} e^{i\alpha} \left[\left(n + \frac{n}{n_0} - n_0 - 1 \right) e^{-2i n_0 \alpha} + \left(n - \frac{n}{n_0} + n_0 + 1 \right) e^{2i n_0 \alpha} \right] + E'_{0I} e^{-i\alpha} \left[\left(n - \frac{n}{n_0} - n_0 + 1 \right) e^{-2i n_0 \alpha} + \left(n + \frac{n}{n_0} + n_0 + 1 \right) e^{2i n_0 \alpha} \right] = 0$$

DEMANDE

Pas d'onde réfléchie $\Rightarrow E'_{03} = 0$

$$\Rightarrow \left(n + \frac{n}{n_0} - n_0 - 1\right) e^{-2in_0 x} + \left(n - \frac{n}{n_0} + n_0 - 1\right) e^{2in_0 x} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{n + \frac{n}{n_0} - n_0 - 1}{n - \frac{n}{n_0} + n_0 - 1} e^{-4in_0 x} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{(n_0 - n)(n_0 + 1)}{(n + n_0)(n_0 - 1)} e^{-4in_0 x} = 1$$

$$\Rightarrow \text{Im } e^{-4in_0 x} = 0 \Rightarrow 1) \quad 4n_0 x = 0 [2\pi] \Rightarrow \frac{(n_0 - n)(n_0 + 1)}{(n + n_0)(n_0 - 1)} = 1 \Rightarrow n = 1$$

exclu car $n_{\text{vite}} \neq n_{\text{vide}}$

ou

$$2) \quad 4n_0 x = \pi [2\pi] \Rightarrow \frac{(n_0 - n)(n_0 + 1)}{(n + n_0)(n_0 - 1)} = -1 \Rightarrow \underline{n_0 = \sqrt{n}}$$

NB: Si $n_{\text{air}} = 1 \rightarrow n_0 = \sqrt{n \cdot n_{\text{air}}}$: moyenne géométrique des indices extrêmes

Épaisseur e : $\frac{2\omega e}{c} n_0 = (2p+1)\pi \quad p \in \mathbb{N}$

$$e_{\min} = e_{p=0} = \frac{\pi c}{2\omega n_0} = \frac{\lambda_0}{4n_0}$$

$$4- \quad \langle \Pi_{\text{III}} \rangle = \frac{1}{2} \frac{n}{n_0 c} E_{\text{OIII}}^2 = \frac{1}{2} n \epsilon_0 c \left(\frac{n_0 + 1}{n_0 + n} \right)^2 E_{\text{OI}}^2$$

Pour $n_0 = \sqrt{n} \rightarrow \langle \Pi_{\text{III}} \rangle = \frac{1}{2} \frac{n^2}{n_0^2} \epsilon_0 c \left(\frac{n_0 + 1}{n_0 + n_0^2} \right)^2 E_{\text{OI}}^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 c \left(\frac{n_0 + 1}{n_0 + 1} \right)^2 E_{\text{OI}}^2 = \langle \Pi_{\text{OI}} \rangle$

la puissance transmise est égale à la puissance incidente par
pas d'onde réfléchi de OI .