

OPTIQUE DES METAUX

1. Densité volumique courante : $\vec{J} = \epsilon_{mobile} \vec{v}$ (mobile : densité volumique d'électrons libres)
 où $\epsilon_{mobile} = -e \times \mu \times n$ (soit $n = \frac{\mu \cdot n_A}{M}$)

* L'loi de Newton appliquée à l'électrons : $-h\vec{v} - e\vec{E} = m\vec{v}$

En régime sinusoïdal forcé $\vec{v} = \vec{v}_0 e^{i\omega t} \rightarrow -h\vec{v} - e\vec{E} = i\omega m\vec{v}$
 $\rightarrow \vec{v}_0 = \frac{-e\vec{E}_0}{i\omega m + \tau} = \frac{-e\vec{E}_0/h}{1 + i\omega\tau} \rightarrow \vec{J} = \frac{n e^2 \vec{E}_0 / h}{1 + i\omega\tau}$

2. Loi d'Ohm locale : $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ avec σ réel

$\sigma \in \mathbb{R}$ si $\omega\tau \ll 1 \rightarrow \omega \ll \frac{1}{\tau}$ alors $\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m h}$

soit $\sigma = \frac{\mu N_A e^2 \tau}{M \cdot m}$ où $\tau = \frac{\lambda_0}{c} = 2,5 \cdot 10^{-14} s \rightarrow \sigma = 5,9 \cdot 10^7 S \cdot m^{-1}$

3. $\langle p \rangle = \langle \text{Re} \{ \vec{J} \cdot \text{Re} \vec{E} \} \rangle = \langle \text{Re} \left(\frac{\sigma}{1 + i\omega\tau} \vec{E}_0 e^{i\omega t} \cdot \text{Re} (\vec{E}_0 e^{i\omega t}) \right) \rangle$

$= \frac{\sigma}{1 + (\omega\tau)^2} \langle \vec{E}_0 \cos \omega t + \omega\tau \vec{E}_0 \sin \omega t \rangle (\vec{E}_0 \cos \omega t)$ où on suppose $\vec{E}_0$ réel

$\langle p \rangle = \frac{\sigma E_0^2 / 2}{1 + (\omega\tau)^2}$ Si $\omega \gg \frac{1}{\tau} \Rightarrow \omega\tau \gg 1 \Rightarrow \langle p \rangle \approx 0$

Pas de puissance dissipée par effet Joule à H.F.
 le mouvement de e^- est quasi - instantané par rapport à H.F.

Si on néglige $-h\vec{v}$ dans la 1) $\rightarrow \vec{J}_0 = \frac{-e\vec{E}_0}{i\omega m} \rightarrow \sigma = i \frac{n e^2}{\omega m}$ Imaginaire

Dans 1 et 2 sont en quadrature de phase donc $\langle p \rangle = 0$: Pas d'énergie cédée aux charges dans le plasma

4. $\omega_p = \frac{2\pi c}{\lambda_p} \rightarrow \lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p}$ où $n = \frac{m_e}{m} \Rightarrow \omega_p = \frac{n e^2}{m_e}$ ou $n = \frac{m_e}{m} \Rightarrow \lambda_p = 0,12 \mu m$

5. Soit $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - k \cdot \vec{r})}$ et $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\omega t - k \cdot \vec{r})}$ (UV)

* M.G. : $-i\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \rightarrow \vec{E}$ transverse

* M.T. : $-i\vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B}$ "

* M.F. : $-i\vec{k} \wedge \vec{E} = -i\omega \vec{B}$

* M.A. : $-i\vec{k} \wedge \vec{B} = \mu_0 \sigma \vec{E} + i\omega \vec{E}$

Pour $\lambda \leq 1,2 \mu m$ on ne peut plus faire abstraction de la diffraction par le réseau cristallin

6. $-i\vec{k} \wedge (\vec{k} \wedge \vec{E}) = (-i\vec{k} \wedge \vec{B}) \omega$

$+i\vec{k}^2 \vec{E} = \mu_0 \sigma \omega \vec{E} + i \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} \rightarrow k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - i \mu_0 \sigma \omega$

$\rightarrow k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (1 - i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega})$ Soit $A = i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}$

soit $A = i \frac{n e^2 \tau}{h \epsilon_0 \omega (1 + i\omega\tau)} = i \frac{n e^2 \tau}{m \epsilon_0 \omega (1 + i\omega\tau)}$

$A = i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega\tau}{1 + i\omega\tau}$

Si k complexe : $k = k' + ik''$ ou $\begin{cases} k' : \text{propagation} \\ k'' : \text{atténuation} \end{cases}$

7. $\lambda \gg \lambda_p \rightarrow \omega\tau \ll 1 \rightarrow A \approx i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \gg 1 \rightarrow k^2 \approx -i \omega\tau \frac{\omega_p^2}{c^2}$

$\omega \ll \omega_p \rightarrow k^2 \approx + \frac{(1 - i\omega\tau)}{V^2} \sqrt{\frac{\omega\tau \omega_p^2}{c^2}}$ On garde la solution $\oplus$ pour traduire l'atténuation de l'onde dans le métal

On pose $S = \sqrt{\frac{k c^2}{\omega\tau \omega_p^2}} \rightarrow S = \sqrt{\frac{c^2}{\pi^2 V^2 \omega_p^2}}$ A.N. : $S = 0,39 \mu m$

8. $\lambda \ll \lambda_0 \rightarrow \omega\tau \gg 1 \rightarrow A \approx \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \rightarrow k^2 \approx \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$

ω_p apparaît comme une pulsation de coupure

Visible : $\lambda > \lambda_p \rightarrow \omega \ll \omega_p : k^2 < 0 \rightarrow$ onde évanescente

UV, X : $\lambda < \lambda_p \rightarrow \omega > \omega_p : k^2 > 0 \rightarrow$ onde métallique $\leftrightarrow$ réflexion

9. Visible : $\lambda \gg \lambda_0 \rightarrow \omega \ll \omega_p \rightarrow k^2 \approx -\frac{\omega_p^2}{c^2} \rightarrow k = \pm i \frac{\omega_p}{c}$

$\Delta = \frac{c}{\omega_p}$ indépendante de ω

10. UV : $k^2 > 0 \rightarrow$ réflexion de l'onde dans le métal

$k = \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}} \rightarrow v_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} = \frac{c}{N}$

où N : indice de réflexion. Ici $N < 1$, donc la réflexion se fait en plus intense de celle du verre (vitesse $> c$)

Pour une lentille biconvexe est convergente (vergence > 0)

Loi de Descartes : $\sin i_{lim} = N \sin \frac{\pi}{2} = N \rightarrow \cos \alpha = N$
 $\rightarrow \alpha = \arccos \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$

A.N. : $\lambda \ll \lambda_p \rightarrow \omega \gg \omega_p \rightarrow \cos \alpha \approx 1 \rightarrow \cos \alpha \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \approx 1 - \frac{1}{10^2} \approx 0,99$
 $\rightarrow \alpha \approx \arccos(0,99) = 10^\circ \text{ rad} \rightarrow \alpha = 0,97^\circ$