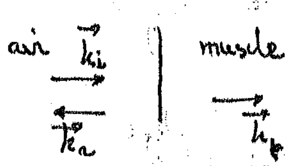
PO210 - Couche antireflet

1.



$p_i = \underline{A}_i e^{j(\omega t - k_a x)}$ $\qquad \underline{v}_i = \dfrac{\underline{A}_i}{Z_a} e^{j(\omega t - k_a x)}$

$p_r = \underline{A}_r e^{j(\omega t + k_a x)}$ $\qquad \underline{v}_r = \dfrac{-\underline{A}_r}{Z_a} e^{j(\omega t + k_a x)}$

$p_t = \underline{A}_t e^{j(\omega t - k_m x)}$ $\qquad \underline{v}_t = \dfrac{\underline{A}_t}{Z_m} e^{j(\omega t + k_m x)}$

$\vec{k_i} = k_a \vec{e_x}$
$\vec{k_r} = -k_a \vec{e_x}$
$\vec{k_t} = k_m \vec{e_x}$ $\qquad$ * Pas de changement de section ~~donc~~ cons° débit $\Rightarrow$ cons° $\underline{v}$ en $x=0$

d'où $\boxed{\underline{A}_i - \underline{A}_r = \dfrac{Z_a}{Z_m} \underline{A}_t}$ (1)

* Pas de membrane $\Rightarrow$ cons° p.

d'où $\boxed{\underline{A}_i + \underline{A}_r = \underline{A}_t}$ (2)

(1)+(2) : $2\underline{A}_i = \left(1 + \dfrac{Z_a}{Z_m}\right)\underline{A}_t \Rightarrow \underline{A}_t = \dfrac{2}{1 + \frac{Z_a}{Z_m}} \underline{A}_i$

Coef de transmission en puissance en $x=0$: $T = \dfrac{\langle \vec{\Pi}_t \cdot \vec{e_x} \rangle}{\langle \vec{\Pi}_i \cdot \vec{e_x} \rangle} = \dfrac{1/2\, \mathrm{Re}(p_t v_t^*)}{1/2\, \mathrm{Re}(p_i v_i^*)} = \dfrac{|A_t|^2/Z_m}{|A_i|^2/Z_a}$

$T = \dfrac{Z_a}{Z_m} \dfrac{4}{\left(1 + \frac{Z_a}{Z_m}\right)^2} \rightarrow \boxed{T = \dfrac{4 Z_a Z_m}{|Z_a + Z_m|^2}}$

Or $Z_a << Z_m$ $\quad T \simeq \dfrac{4 Z_a}{Z_m} \longrightarrow \underline{T \simeq 10^{-3} << 1} \Rightarrow \underline{R \simeq 1}$

2. On choisit une solution où il n'y a pas d'onde réfléchie dans l'air afin de trouver une condition sur Z_g et e qui la réalise.

$p_a = Z_a A_a e^{j(\omega t - k_a x)}$
$p_g = Z_g A_g e^{j(\omega t - k_g x)} - Z_g B_g e^{j(\omega t + k_g x)}$
$p_m = Z_m A_m e^{j(\omega t - k_m x)}$

Cons° de p : en $x=0$ $\qquad Z_a A_a = Z_g (A_g - B_g)$ (a)
en $x=e$ $\qquad Z_g A_g e^{-jk_g e} - Z_g B_g e^{+jk_g e} = Z_m A_m e^{-jk_m e}$ (b)

Cons° de v en $x=0$ $\qquad A_a = A_g + B_g$ (c)
en $x=e$ $\qquad A_g e^{-jk_g e} + B_g e^{jk_g e} = A_m e^{-jk_m e}$ (d)

.../...

$(a) + Z_g (c) : \quad (Z_a + Z_g) A_a = 2 Z_g A_g \longrightarrow 2A_g = A_a \dfrac{Z_a+Z_g}{Z_g}$

$(a) - Z_g (c) \quad (Z_a - Z_g) A_a = -2 Z_g B_g \longrightarrow 2B_g = -A_a \dfrac{Z_a - Z_g}{Z_g}$

$(b) - Z_m (d) \quad (Z_g - Z_m) A_g e^{-jk_g e} - (Z_g + Z_m) B_g e^{jk_g e} = 0$

$\hookrightarrow (Z_g - Z_m)(Z_a + Z_g)\, e^{-jk_g e} = -(Z_g + Z_m)(Z_a - Z_g)\, e^{jk_g e}$

$$\boxed{\frac{Z_g - Z_a}{Z_g + Z_a} = \frac{Z_g - Z_m}{Z_g + Z_m} e^{-2jk_g e}}$$

$\Re e$: $\dfrac{Z_g - Z_a}{Z_g + Z_a} = \dfrac{Z_g - Z_m}{Z_g + Z_m} \cos(2k_g e)$

$\Im m$: $0 = \sin(2k_g e) \Rightarrow 2k_g e = n\pi \quad n \in \mathbb{N}^*$

① n pair $\Rightarrow 2k_g e = 2p\pi \quad p \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \cos(2k_g e) = 1$

d'où $\dfrac{Z_g - Z_a}{Z_g + Z_a} = \dfrac{Z_g - Z_m}{Z_g + Z_m} \longrightarrow (Z_g + Z_m)(Z_g - Z_a) = (Z_g + Z_a)(Z_g - Z_m)$

$\cancel{Z_g^2} - Z_g Z_a + Z_m Z_g - \cancel{Z_m Z_a} = \cancel{Z_g^2} - Z_g Z_m + Z_a Z_g - \cancel{Z_a Z_m}$

$2 Z_g Z_m = 2 Z_g Z_a \Rightarrow \boxed{Z_m = Z_a}$

NON RECEVABLE

② n impair $\Rightarrow \boxed{2k_g e = (2p+1)\pi} \rightarrow \cos(2k_g e) = -1$

d'où $Z_g^2 - \cancel{Z_g Z_a} + \cancel{Z_m Z_g} - Z_m Z_a = -Z_g^2 + \cancel{Z_g Z_m} - \cancel{Z_a Z_g} + Z_a Z_m$

$2 Z_g^2 = 2 Z_a Z_m \longrightarrow \boxed{Z_g = \sqrt{Z_a Z_m}}$ AN: $Z_g = \quad 10^4\ kg\, m^{-2} s^{-1}$

Rq: $Z_a < Z_g < Z_m$

2e méthode ① Module $\dfrac{|Z_g - Z_a|}{Z_g + Z_a} = \dfrac{|Z_g - Z_m|}{Z_g + Z_m}$

$\Rightarrow \dfrac{Z_g - Z_a}{Z_g + Z_a} = \dfrac{Z_g - Z_m}{Z_g + Z_m} \longrightarrow \ldots / \ldots Z_m = Z_a$ solution aberrante ($Z_m \neq Z_a$ d'après données)

ou

$\Rightarrow \dfrac{Z_g - Z_a}{Z_g + Z_a} = -\dfrac{Z_g - Z_m}{Z_g + Z_m} \longrightarrow \ldots / \ldots \boxed{Z_g = \sqrt{Z_m Z_a}}$

② Phase : D'après la ligne de dessus $\dfrac{Z_g - Z_a}{Z_g + Z_a} = -\dfrac{Z_g - Z_a}{Z_g + Z_a} e^{-2jk_g e} =$

$-1 = e^{-2jk_g e}$

$\rightarrow \boxed{2k_g e = (2p+1)\pi \ , \ p \in \mathbb{N}}$