

# ★ 2020 Pavillon acoustique exponentiel

1. On considère des ondes planes car  $\xi$  n'est fonction que  $x$  et  $t$ .  
Ceci est réalisé de façon approchée si le pavillon n'est pas trop ouvert, i.e.  $d \gg \lambda$

2. Equation d'état des gaz parfaits :  $\mu_0 = \frac{P_0 M}{R T_0}$

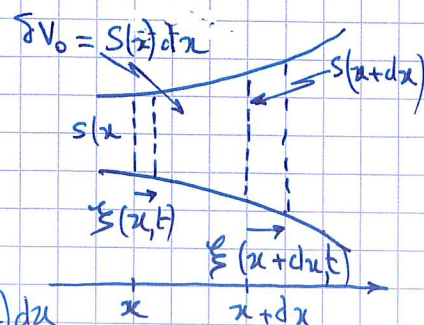
$$\chi_s \stackrel{\text{def}}{=} -\frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_s ; \text{ loi de Laplace : } p V^\gamma = \text{cte} \dots / \dots \chi_s = \frac{1}{\gamma P_0}$$

3. Transformations isentropiques car : - fluide parfait donc pas de dissipation par viscosité  
reversible  $\swarrow$   
adiabatique  $\swarrow$  -  $\tau$  diffusion thermique  $\gg T$  (période)  
isentropique

$$\chi_s = -\frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_s = -\frac{1}{\delta V_0} \left( \frac{\delta V}{p_1} \right)_s$$

où  $p_1$  : pression acoustique

$$\begin{aligned} \delta V &= S(x+dx) (x+dx + \xi(x+dx, t)) - S(x) (x + \xi(x, t)) - S(x) dx \\ &= \frac{\partial S \xi}{\partial x} dx \Rightarrow \chi_s = -\frac{1}{S p_1} \frac{\partial (S \xi)}{\partial x} \rightarrow p_1 = -\frac{1}{S \chi_s} \frac{\partial (S \xi)}{\partial x} \end{aligned}$$

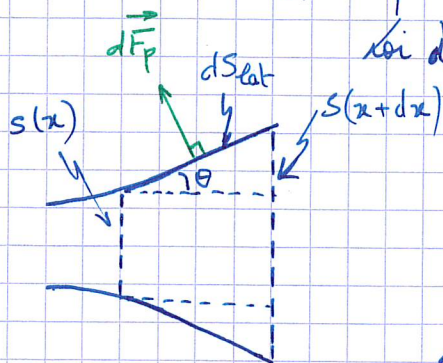


$$4. \quad \delta m \frac{\partial \vec{v}(x, t)}{\partial t} = P(x, t) S(x) \vec{e}_x - P(x+dx, t) S(x+dx) \vec{e}_x + d\vec{F}_{\text{lat}}$$

où :  $P(x, t) = P_0 + p_1(x, t)$  pression totale.

$d\vec{F}_{\text{lat}}$  : force de pression du pavillon sur la tranche d'air

loi des actions réciproques :  $d\vec{F}_{\text{lat}} = -d\vec{F}_p$



$$S(x+dx) - S(x) = dS_{\text{lat}} \sin \theta$$

$$d\vec{F}_p = -dF_p \sin \theta \vec{e}_x$$

$$d\vec{F}_p = -P(x) dS_{\text{lat}} \sin \theta \vec{e}_x$$

la composante radiale étant nulle par symétrie de révolution.

$$\Rightarrow d\vec{F}_{\text{lat}} = P(x) [S(x+dx) - S(x)] \vec{e}_x$$

$$\text{d'où } \mu_0 S(x) \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial P S}{\partial x} dx + P \frac{\partial S}{\partial x} dx = -S \frac{\partial P}{\partial x} = -S \frac{\partial p_1}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \mu_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial p_1}{\partial x}$$

d'après 3)

$$p_1 = - \frac{1}{\chi_s} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} - \frac{\partial \ln S}{\partial u} \frac{1}{\chi_s} \cdot ; S = \pi \Lambda^2 = \pi \Lambda_0^2 e^{2u/d}$$

$$\frac{d \ln S}{du} = \frac{2}{d}$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial u} = - \frac{1}{\chi_s} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial u^2} - \frac{2}{d \chi_s} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u}$$

Donc  $\mu_0 \chi_s \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial t^2} = + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial u^2} - \frac{2}{d} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u}$

Poseons  $\frac{1}{c^2} = \mu_0 \chi_s$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial u^2} - \frac{2}{d} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial t^2} = 0$$

Si  $d \rightarrow \infty$  (pavillon cylindrique) :  $\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial u^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial t^2} = 0$

Équation de d'Alembert.

