ORTH32 - Dialyse du sang (St Cyr - 2017 - Antoine LAINE)

1 - × $\vec{j}_n$: densité de flux de particules : $\phi_N = \frac{dN}{dt} = \iint_S \vec{j}_n \cdot \vec{dS}$ en part. s^{-1}

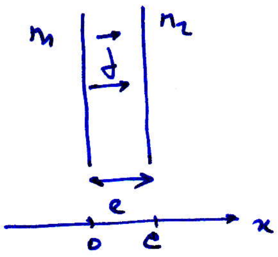
($\vec{j}_n$ en part. $m^{-2}.s^{-1}$)

× Loi de Fick : $\vec{j}_n = -D\,\overrightarrow{grad}\, n$

(D : coef. de diffusion . en $m^2.s^{-1}$; n en part. m^{-3}.)

⊖ courant de particules de la zone concentrée vers la zone diluée .
phénomène irréversible spontané

2 - a)



1ère méthode : Conservation des particules : $\frac{\partial n}{\partial t} + div\,\vec{j}_n = 0$

R.S : $div\,\vec{j}_n = \frac{\partial j_n}{\partial x} = 0 \Rightarrow j_n$ uniforme

2e méthode : Eq. de diffusion $\frac{\partial n}{\partial t} = D\Delta n$

R.S : $\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial n}{\partial x} = cte \rightarrow j_n$ uniforme

b) $\phi = \iint \vec{j}\cdot\vec{dS}$; $n = (n_2 - n_1)\frac{x}{e} + n_1 \rightarrow \boxed{\vec{j} = -D\,\frac{n_2 - n_1}{e}\,\vec{e_x}}$

$$\Rightarrow \boxed{\phi = -\frac{DS}{e}(n_2 - n_1)}$$

3 a - $N_1(t) + N_2(t) = N_0$: conservation du nombre de particules
(on néglige les molécules dans la membrane .
ou alors $N_1 + N_2 + N_{memb} = N_0$.)

b - Régime dépendant du temps a priori mais supposé suffisamment lent (durée >> $\tau_{diff\,membrane}$) pour appliquer les résultats du régime stationnaire à chaque instant.

$$\frac{dN_1}{dt} = -\phi = \frac{DS}{e}\left(\frac{N_2(t)}{V_2} - \frac{N_1(t)}{V_1}\right) = \frac{DS}{e}\left(\frac{N_0 - N_1(t)}{V_2} - \frac{N_1(t)}{V_1}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{N}_1 + \frac{DS}{e}\left(\frac{1}{V_2} + \frac{1}{V_1}\right)N_1 = \frac{DSN_0}{eV_2}}$$

c - Soit $\tau = \left[\frac{DS}{e}\left(\frac{1}{V_2} + \frac{1}{V_1}\right)\right]^{-1}$

$N_1 = \frac{N_0 DS}{eV_2}\tau + Ae^{-t/\tau}$ CI : $N_1(0) = N_0 = \frac{N_0 DS}{eV_2}\tau + A$

$N_1 = \frac{N_0 DS\tau}{eV_2} + \left(N_0 - \frac{DS\tau N_0}{eV_2}\right)e^{-t/\tau}$ $\frac{DSN_0}{eV_2}\tau = \frac{N_0}{V_2}\frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2}$

$$\boxed{N_1 = N_0\left[\frac{V_1}{V_1 + V_2} + \frac{V_2}{V_1 + V_2}e^{-t/\tau}\right]}$$

$N_1(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0\left(\frac{V_1}{V_1 + V_2} + \frac{V_2}{V_1 + V_2}e^{-t_{1/2}/\tau}\right) \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{V_1}{V_1 + V_2} + \frac{V_2}{V_1 + V_2}e^{-t_{1/2}/\tau}$

—

$$\frac{V_1 + V_2}{2} = V_1 + V_2 e^{-t_{1/2}/\tau} \longrightarrow \frac{V_2 - V_1}{2V_2} = e^{-t_{1/2}/\tau} \longrightarrow \boxed{t_{1/2} = \tau \ln\left(\frac{2V_2}{V_2 - V_1}\right)}$$