

ORME42 - Réflexion d'une onde sur le défaut d'une corde vibrante

1^{ère} proposition: On néglige pas le poids de m .

La présence de m constitue une inhomogénéité du système, qui génère une onde réfléchie et une onde transmise

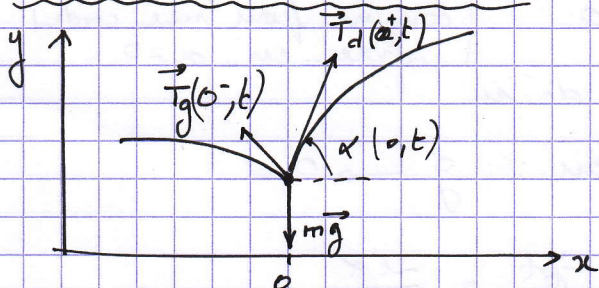
$$\begin{aligned} \text{Onde incidente: } y_i &= y_{oi} e^{j(\omega t - kx)} \\ - \text{réfléchi: } y_r &= y_{or} e^{j(\omega t + kx)} \\ - \text{transmise: } y_t &= y_{ot} e^{j(\omega t - kx)} \end{aligned}$$

où $k = \frac{\omega}{c}$

1^{ère} condition limite en $x=0$: Continuité de y : $y_i(0,t) + y_r(0,t) = y_t(0,t)$

$$\Rightarrow y_{oi} + y_{or} = y_{ot} \quad (a)$$

2^{ème} condition limite en $x=0$:



2^{ème} loi de Newton, projetée selon y appliquée à m .

$$m \ddot{y}(0,t) = T_d \sin(\alpha(0,t)) - T_g \sin(\alpha(0,t))$$

N.B: Projection selon $\vec{e}_x$.

$$0 = T_d \cos(\alpha(0,t)) - T_g \cos(\alpha(0,t))$$

Approximation des petits angles: $\alpha \approx \frac{\partial y}{\partial x}$; $\cos \alpha = 1$.

$$\Rightarrow T_d = T_g = T$$

$$\text{et } m \ddot{y}(0,t) = T \left(\frac{\partial y}{\partial x}(0^+) - \frac{\partial y}{\partial x}(0^-) \right) - mg$$

où $y(0,t) = y_{ot} = y_{oi} + y_{or}$; $\frac{\partial y}{\partial x}(0^-) = \frac{\partial}{\partial x}(y_i + y_r) = jk(y_{or} - y_{oi})$

$\frac{\partial y}{\partial x}(0^+) = \frac{\partial y_t}{\partial x}(0) = -jk y_{ot} e^{j\omega t}$

$\ddot{y}(0,t) = -\omega^2 y_{ot} e^{j\omega t}$

$$\text{d'où } -m\omega^2 y_{ot} = jTk(-y_{or} + y_{oi} + y_{ot}) - mg$$

$$\text{soit } y_{ot} = j \frac{kT}{m\omega^2} (y_{ot} - y_{oi} + y_{or}) + \frac{g}{\omega^2} \quad (b)$$

$$\text{Avec (a): } y_{oi} + y_{or} = j \frac{\alpha}{2} (2y_{or}) + \frac{g}{\omega^2}$$

$$\text{où } \frac{kT}{m\omega^2} = \frac{\alpha}{2}$$

$$\rightarrow y_{or}(1 - j\alpha) = -y_{oi} + \frac{g}{\omega^2}$$

$$\text{Posons } y_{oi} = y_{oi} - \frac{g}{\omega^2}$$

$$y_{or}(1 - j\alpha) = -y_{oi} \rightarrow r = \frac{y_{or}}{y_{oi}} = \frac{-1}{1 - j\alpha}$$

α poids de m atténue l'amplitude de l'onde.

$$\text{Or } y_{0r} = y_{0t} - y_{0i} \rightarrow \underline{r} = \frac{y_{0r}}{y_{0i}} = \frac{y_{0t} - y_{0i}}{y_{0i}} = \frac{y_{0t} - \frac{2}{\omega^2} - y_{0i}}{y_{0i}}$$

$$\text{Posons } y_{0t} = \frac{y_{0t}}{y_{0i}} + \frac{g}{\omega^2} \rightarrow \underline{r} = \frac{\frac{y_{0t}}{y_{0i}}}{\frac{y_{0i}}{y_{0i}}} - 1$$

$$\underline{t} = \underline{r} + 1 = \frac{-i\alpha}{1-i\alpha}$$

$$\text{Si } m=0 : \alpha \rightarrow \infty \rightarrow \begin{cases} \underline{r} \rightarrow 0 \\ \underline{t} \rightarrow 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Pas d'onde réfléchie} \\ \text{comme pour une corde} \\ \text{homogène illimitée} \end{cases}$$

$$\text{Si } m \rightarrow \infty : \alpha \rightarrow 0 \rightarrow \begin{cases} \underline{r} = -1 \\ \underline{t} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Seulement une onde réfléchie} \\ \text{comme pour une corde} \\ \text{fixée en } x=0 \end{cases}$$

✓ 2^{ème} proposition: on néglige le poids de m

Cela revient à négliger la pesanteur: $g \rightarrow 0$.

$$\rightarrow \underline{r} = \frac{y_{0r}}{y_{0i}} = \frac{-1}{1-i\alpha} \quad \underline{t} = \frac{y_{0t}}{y_{0i}} = \frac{-i\alpha}{1-i\alpha}$$

On obtient les mêmes conclusions que précédemment bien que le cas limite $m \rightarrow \infty$ soit anticontraire si g est faible mais non nul.