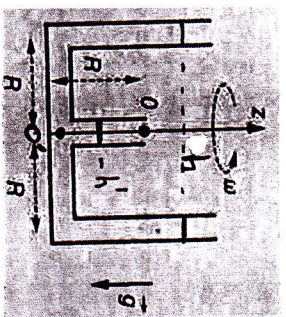


ORME 326 - Tube en V en rotation



a) Sous le référentiel tournant nous obtenons que le liquide est en équilibre relatif, la relation de la statique des fluides s'écrit

$$\vec{\nabla} p = \rho \vec{g} + \rho \omega^2 r \vec{e}_r$$

force d'inertie d'entraînement volumique

Dans le bras extérieur :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \omega^2 r$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \rightarrow p \text{ indépendant de } z$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\rho g$$

D'où

$$p(r, z) = \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2 + f(z)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = f'(z) = -\rho g \quad \text{d'où} \quad f(z) = -\rho g z + c_1$$

$$\Rightarrow p(r, z) = \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2 - \rho g z + c_1$$

Soit $p(0)$, la pression à la base du tube central.

$$p(0, -R) = +\rho g R + c_1 = p_0 \rightarrow c_1 = p_0 - \rho g R$$

$$\Rightarrow p(r, z) = \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2 - \rho g (z + R) + p_0$$

Par continuité de la pression aux surfaces libres :

$$p_0 = p(R, h) = \frac{1}{2} \rho \omega^2 R^2 - \rho g (h + R) + p_0 \quad (a)$$

$$p_0 = p(0, -h') = -\rho g (-h' + R) + p_0 \quad (b)$$

$$(a) - (b) : 0 = \frac{1}{2} \rho \omega^2 R^2 - \rho g (h + h')$$

La conservation du volume donne $h h' = 2 \Delta h$

$$\text{d'où} \quad h' = 2h$$

$$\text{D'où} \quad 0 = \frac{1}{2} \rho \omega^2 R^2 - 3 \rho g h \rightarrow h = \frac{\omega^2 R^2}{6g}$$

$$h' = \frac{\omega^2 R^2}{3g}$$

$$\underline{A.N.} : h + h' = \frac{1}{2} \frac{\omega^2 R^2}{g} \rightarrow \omega = \frac{\sqrt{2g(h + h')}}{R}$$

$$h + h' = 2 \text{ cm}$$

$$\omega = 3,1 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\omega = 0,50 \text{ tr s}^{-1}$$