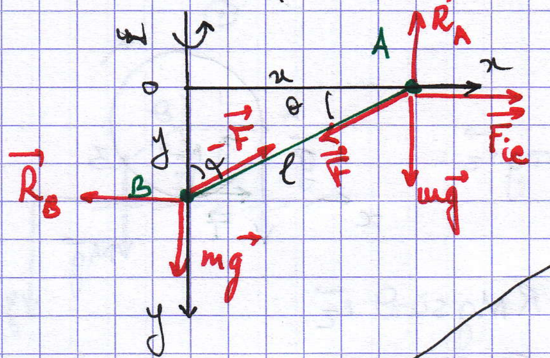
ORME 210 - Equilibre



Système : A

Ref : non galiléen lié à (Ox).

BdF : Poids : $+mg\vec{e}_y$

$\vec{F}_{ie} = m\omega^2 x \vec{e}_x$

$\vec{R}_A = \bar{R}_A e_y$

Tension tige : $\vec{F}$

Système B :

BdF : $m\vec{g}$, $-\vec{F}$, $\vec{R}_B$

PFD à l'équilibre : $\begin{cases} 0 = m\omega^2 x - F\cos\theta \\ 0 = mg + F\sin\theta + \bar{R}_A \end{cases}$; $\cos\theta = \dfrac{x}{\ell}$

~~A l'équilibre TFD : $\vec{0} = 2m\vec{g} + \vec{F}_{ie} + \vec{R}_A + \vec{R}_B = 0$~~
~~Système A+B~~

PFD à l'équilibre : $\begin{cases} 0 = -F\sin\alpha + \bar{R}_B \\ 0 = -F\cos\alpha + mg = -F\sin\theta + mg. \end{cases}$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{mg}{m\omega^2 x} \longrightarrow y = \frac{g}{\omega^2}$$

où $y = \sqrt{\ell^2 - x^2} \Rightarrow \ell^2 - x^2 = \left(\dfrac{g}{\omega^2}\right)^2 \longrightarrow \boxed{|x| = \sqrt{\ell^2 - \left(\dfrac{g}{\omega^2}\right)^2}}$

2e méthode : Système A+B : $E_p = -mgy - \dfrac{1}{2}m\omega^2 x^2$

$$= -mg\sqrt{\ell^2 - x^2} - \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

$\dfrac{dE}{dx} = mgx(\ell^2 - x^2)^{-1/2} - m\omega^2 x \rightarrow \ldots \rightarrow \boxed{|x| = \sqrt{\ell^2 - \left(\dfrac{g}{\omega^2}\right)^2}}$

Stabilité : $\dfrac{d^2E_p}{dx^2} = mg\dfrac{\sqrt{} + \dfrac{x^2}{\sqrt{}}}{\ell^2 - x^2} - m\omega^2$

$$= mg\frac{\ell^2 - x^2 + x^2}{(\ell^2 - x^2)^{3/2}} - m\omega^2 = mg\frac{\ell^2}{(\ell^2 - x^2)^{3/2}} - m\omega^2$$

or $\dfrac{1}{\sqrt{\ell^2 - x^2}} = \dfrac{\omega^2}{g} \rightarrow E_p'' = m\left(g\ell^2\left(\dfrac{\omega^2}{g}\right)^3 - \omega^2\right) = m\omega^2\left(\dfrac{\ell^2\omega^4}{g^2} - 1\right)$

- Si $E_p'' > 0$ i.e. $\dfrac{\ell^2\omega^4}{g^2} > 1$ équilibre stable.
- Si $E_p'' < 0$: " " < 1 — instable.