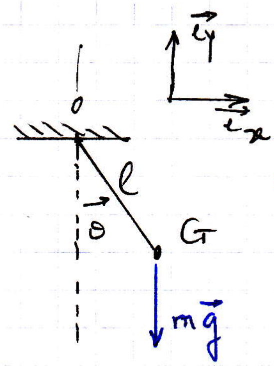
ORME 130 - Pendule en ascenseur



* Equation du mouvement du pendule pesant idéal : dans un RÉFÉRENTIEL GALILÉEN

T.M.C. $J\ddot{\theta}\,\vec{e_z} = \mathcal{M}_O(\vec{P})$

$= -mg\sin\theta . l\,\vec{e_\theta}$ où $l = OG$.

$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mgl}{J}\sin\theta = 0$

Approximation des petits mouvements justifiée compte tenu du contexte.

$\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ où $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$; $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}$

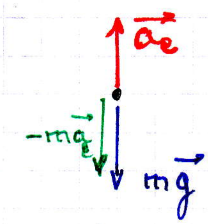
* Dans l'ascenseur, les phases d'accélération et de freinage rendent ce référentiel non galiléen

On ajoute au poids, la force d'inertie d'entraînement :

$\vec{F}_{tot} = m\vec{g} - m\vec{a_e} = -m(g + \bar{a}_e)\,\vec{e_z}$

où $\bar{a}_e = \vec{a_e}.\vec{e_z}$ > 0 lors de l'accélération

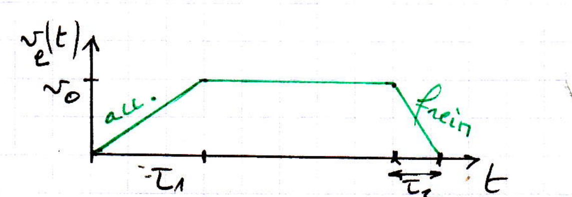
< 0 — freinage



L'équation du mouvement est modifiée en remplaçant g par $g - \bar{a}_e$

Ainsi $\omega_0' = \sqrt{\frac{ml(g+\bar{a}_e)}{J}} \Rightarrow T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{J}{ml(g+\bar{a}_e)}}$

$$T_0' = T_0\,\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\bar{a}_e}{g}}}$$



* Exemple de loi de vitesse de l'ascenseur.

Soit $v_0 \simeq 2\,ms^{-1}$; $\tau \simeq 4\,s$ $\quad |\bar{a}_e| \simeq \frac{v_0 - 0}{\tau} \simeq 0{,}5\,ms^{-2} \ll g$

D'où $T_0' \underset{DL}{\simeq} T_0\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\bar{a}_e}{g}\right)$

L'écart relatif de période du pendule $\varepsilon = \frac{T_0' - T_0}{T_0} \simeq -\frac{1}{2}\frac{\bar{a}_e}{g}$

Durant la phase d'accélération, de durée τ_1, la balance avance de $t_1 = \varepsilon . \tau_1 = -\frac{1}{2}\frac{v_0}{g}$

Durant la phase de freinage, de durée τ_2, — retarde de $t_2 = \varepsilon\,\tau_2 = +\frac{1}{2}\frac{v_0}{g}$

Finalement, une fois arrivée au 5e étage, la balance est à l'heure.