

MF422 - Modèle d'aile d'avion

1. Théorème de Bernoulli :
- écoulement incompressible.
 - écoulement stationnaire
 - $\vec{g}$ uniforme
 - écoulement pft
 - référentiel galiléen.

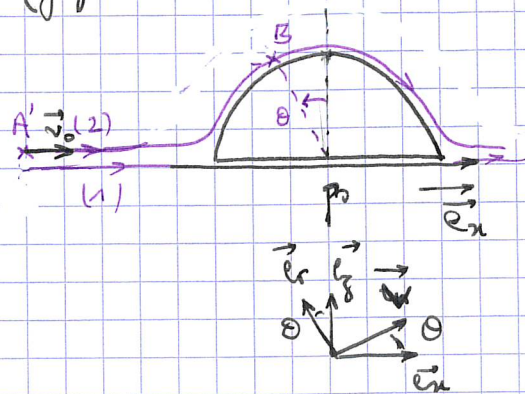
le long d'une ligne de courant. $p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = \text{cte.}$

Sur la ligne de courant (2).

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 = p(R, \theta) + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g R \cos \theta$$

$$\text{or } v_0^2 \gg gR \Rightarrow p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 \approx p(R, \theta) + \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$p(R, \theta) = p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 (1 - 4 \cos^2 \theta)$$



$$\begin{aligned} 2. F_H &= \int_{\theta = -\pi/2}^{\pi/2} \int_{y=0}^h p(R, \theta) \cdot R d\theta dy (-\vec{e}_r) \cdot \vec{e}_x \\ &= h \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 (1 - 4 \cos^2 \theta) \right] R \sin \theta d\theta \\ &= 4hR \times \frac{1}{2} \rho v_0^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} -\cos^2 \theta \sin \theta d\theta = 0 = F_H \end{aligned}$$

c'est la force de traînée, due à la viscosité, qui suppose nulle. et qui, écoulement symétrique

$$\begin{aligned} 3. F_V = F_z &= hR \int_{\theta = -\pi/2}^{\pi/2} \left(p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 - 2 \rho v_0^2 \cos^2 \theta \right) \vec{e}_r \cdot \vec{e}_z d\theta + 2Rh p_0 \\ &= hR \left\{ \left(p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 \right) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta - 2 \rho v_0^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^3 \theta d\theta \right\} + 2Rh p_0 \\ &= hR \left\{ -2 \left(p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 \right) - 2 \rho v_0^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 - \sin^2 \theta) \cos \theta d\theta \right\} + 2Rh p_0 \\ &= hR \left\{ -2 \left(p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 \right) - 2 \rho v_0^2 \left(-2 - \left[\frac{\sin^3 \theta}{3} \right]_{-\pi/2}^{\pi/2} \right) \right\} + 2Rh p_0 \\ &= hR \left\{ -\rho v_0^2 + \frac{8}{3} \rho v_0^2 \right\} \Rightarrow F_V = \frac{5}{3} \rho v_0^2 hR \end{aligned}$$

force sur intrados

$$4. \text{Décollage si } F_V > mg \Rightarrow v_0 > \sqrt{\frac{3}{5} \frac{mg}{\rho h R}}$$

$$\begin{aligned} v_0 &= 89 \text{ m s}^{-1} \\ v_0 &= 320 \text{ km h}^{-1} \end{aligned}$$