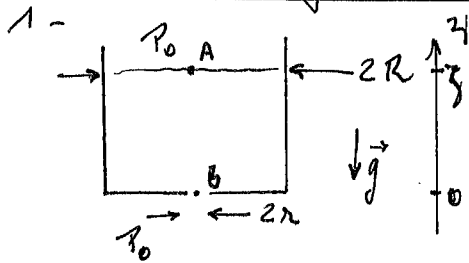


M1F412 - Vidange d'un réservoir



Hypothèses de validité de la relation de Bernoulli sur la l.d.c. (AB):

- écoulement (fluide parfait)
- écoulement (fluide) incompressible
- regime stationnaire (ou quasi-stationnaire si $\lambda \ll R$)
- $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ uniforme.
- référentiel galiléen
- fluide homogène.

Relation de Bernoulli: $P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B$

- $P_A = P_B = P_0$
- Conservation du débit volumique: $v_A \pi R^2 = v_B \pi \lambda^2 \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{\lambda^2}{R^2} \ll 1$
- $z_A = z(t)$; $z_B = 0$

d'où $v_B = \sqrt{2gz(t)}$: formule de Torricelli

Conservation du volume entre t et $t+dt$: $-dz \pi R^2 = v_B dt \pi \lambda^2$

(Δ : $dz < 0$) $-dz = \sqrt{2gz} \cdot \frac{\lambda^2}{R^2} dt$

Séparation de variables: $-\frac{dz}{\sqrt{z}} = \sqrt{2g} \cdot \frac{\lambda^2}{R^2} dt$

Intégration: $-\int \frac{dz}{\sqrt{z}} = \sqrt{2g} \frac{\lambda^2}{R^2} \int_0^{\tau_v} dt \rightarrow 2\sqrt{H} = \sqrt{2g} \frac{\lambda^2}{R^2} \tau_v$

d'où $\tau_v = \frac{R^2}{\lambda^2} \sqrt{\frac{2H}{g}}$ $\tau_v = 126 \text{ s}$

2 - On souhaite $-\frac{dz}{dt} = c\tau \rightarrow \frac{\sqrt{z}}{R^2(z)} = c\tau \rightarrow R(z) \propto z^{1/4}$

d'où $z \propto R^4$

Application: Clepsydre.