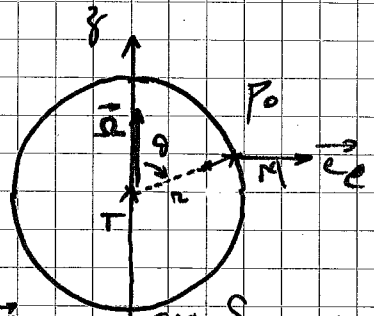


MF1400 - Forme de la Terre

1. Système: Élément de volume $d\tau$ de masse δm centré sur M . à la surface de la Terre.
Référentiel: Terrestre, en rotation uniforme autour de (T_z) , donc NON GALILÉEN.



Forces extérieures: * Force gravitationnelle: $d\vec{F}_G = -\frac{GM_T \delta m}{r^2} \vec{e}_r$

* Force pressante: $d\vec{F}_p = -\text{grad } p \, d\tau$.

* Force d'inertie d'enlèvement: $d\vec{F}_{ie} = -\delta m \vec{a}_e = \delta m \cdot \Omega^2 r \sin^2 \theta \vec{e}_r$

À l'équilibre: $d\vec{F}_G + d\vec{F}_p + d\vec{F}_{ie} = \vec{0}$

où $d\vec{F}_G = \text{grad} \left(\frac{GM_T \mu}{r} \right) d\tau$.

$d\vec{F}_{ie} = \frac{1}{2} \text{grad} (\mu \Omega^2 r^2) d\tau$

$\Rightarrow -\text{grad } p + \text{grad} \left(\frac{\mu \Omega^2 r^2}{2} \right) + \text{grad} \left(\frac{GM_T \mu}{r} \right) = \vec{0}$

$\text{grad} \left(-p + \frac{GM_T \mu}{r} + \frac{\mu \Omega^2 r^2}{2} \right) = \vec{0} \Rightarrow -p + \frac{GM_T \mu}{r} + \frac{\mu \Omega^2 r^2}{2} = \text{cte}$

Or à la surface $p = p_0 = \text{cte} \Rightarrow \frac{GM_T}{r} + \frac{\Omega^2 r^2 \sin^2 \theta}{2} = \text{cte}$

2. $r_{\min} = r(\theta=0)$ et $r_{\max} = r(\theta=\frac{\pi}{2})$: la force centrifuge déforme la sphère de la Terre.

N.B.: ~~correction de 1^{er} ordre~~

$\frac{\Omega^2 r^2 \sin^2 \theta}{2} \ll \frac{GM_T}{r}$ donc on peut remplacer r par R_T dans le terme centrifuge sans perte notable de précision.

$$\frac{GM_T}{r_{\min}} = \frac{GM_T}{r_{\max}} + \frac{\Omega^2 R_T^2}{2}$$

$$GM_T \left(\frac{1}{r_{\min}} - \frac{1}{r_{\max}} \right) = \frac{\Omega^2 R_T^2}{2} \Rightarrow r_{\max} - r_{\min} = \frac{\Omega^2 R_T^2}{2GM_T} (r_{\max} \cdot r_{\min}) \approx R_T^2$$

$$\Rightarrow r_{\max} - r_{\min} \approx \frac{\Omega^2 R_T^4}{2GM_T}$$

$$r_{\max} - r_{\min} = 11 \text{ km}$$