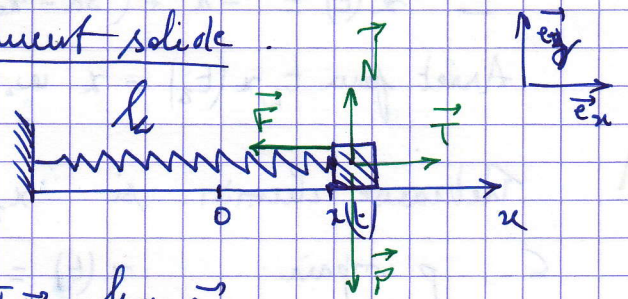


ME323 Oscillateur amorti par frottement solide



1. PFD : $m\ddot{x} \vec{e}_x = -mg \vec{e}_y + N \vec{e}_y + T \vec{e}_x - kx \vec{e}_x$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = T - kx \\ 0 = -mg + N \end{cases} \Rightarrow N = mg$$

Si il y a glissement $\Rightarrow \frac{|T|}{N} = f \rightarrow |T| = fmg$

A la limite du glissement (équilibre) $\dot{x} = 0 \Rightarrow |T| = ka \Rightarrow a = \frac{fmg}{k}$

2. Si $\dot{x} < 0 \Rightarrow T > 0$ soit $T = fmg$ car il y a glissement

$$\Rightarrow m\ddot{x} = fmg - kx = -k(x - a) \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = fg$$

Si $\dot{x} > 0 \Rightarrow T < 0$ soit $T = -fmg$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = -fg$$

3. 1^{re} phase : $\dot{x} < 0 \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x = fg$

$$x(t) = \frac{fg}{\omega_0^2} + A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$$

C.I : $\dot{x}(0) = 0 : \dot{x}(t) = \omega_0 (-A \sin(\omega_0 t) + B \cos(\omega_0 t))$

$$\dot{x}(0) = B\omega_0 = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$x(0) = x_0 = \frac{fg}{\omega_0^2} + A = a + A \Rightarrow A = x_0 - a$$

$$\Rightarrow \underline{x(t) = a + (x_0 - a) \cos(\omega_0 t)}$$

Première annulation de $\dot{x}(t) = -\omega_0(x_0 - a) \sin(\omega_0 t)$ pour $\omega_0 t_1 = \pi$

$$\Rightarrow \underline{x(t_1) = x_1 = 2a - x_0}$$

4. Le mobile glisse dans l'autre sens ($\dot{x} > 0$) si $|x_1| > a$

ie $-x_1 > a : x_0 = 2a > a \Rightarrow \underline{x_0 > 3a}$

5. 2^e phase : $\dot{x} > 0 \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x = -fg$

$$x(t) = -\frac{fg}{\omega_0^2} + C \cos(\omega_0(t - t_1)) + D \sin(\omega_0(t - t_1)) ; \dot{x}(t) = \omega_0 (-C \sin(\omega_0(t - t_1)) + D \cos(\omega_0(t - t_1)))$$

C.I : $\dot{x}(t_1) = 0 \rightarrow D = 0$

$$x(t_1) = x_1 = 2a - x_0 = -\frac{fg}{\omega_0^2} + C = -a + C \Rightarrow \underline{C = 3a - x_0}$$

$$\rightarrow x(t) = -a + (3a - x_0) \cos(\omega_0(t - t_1))$$

Arrêt pour t_2

$$\omega_0(t - t_1) = \pi$$

$$\rightarrow x_2 = x(t_2) = x_0 - 4a$$

Rebrousse chemin si $x_2 > a \rightarrow x_0 - 4a > a \Rightarrow \underline{x_0 > 5a}$

6. p impair: $x(t) = a + (x_0 - (2p-1)a) \cos(\omega_0(t - t_p))$

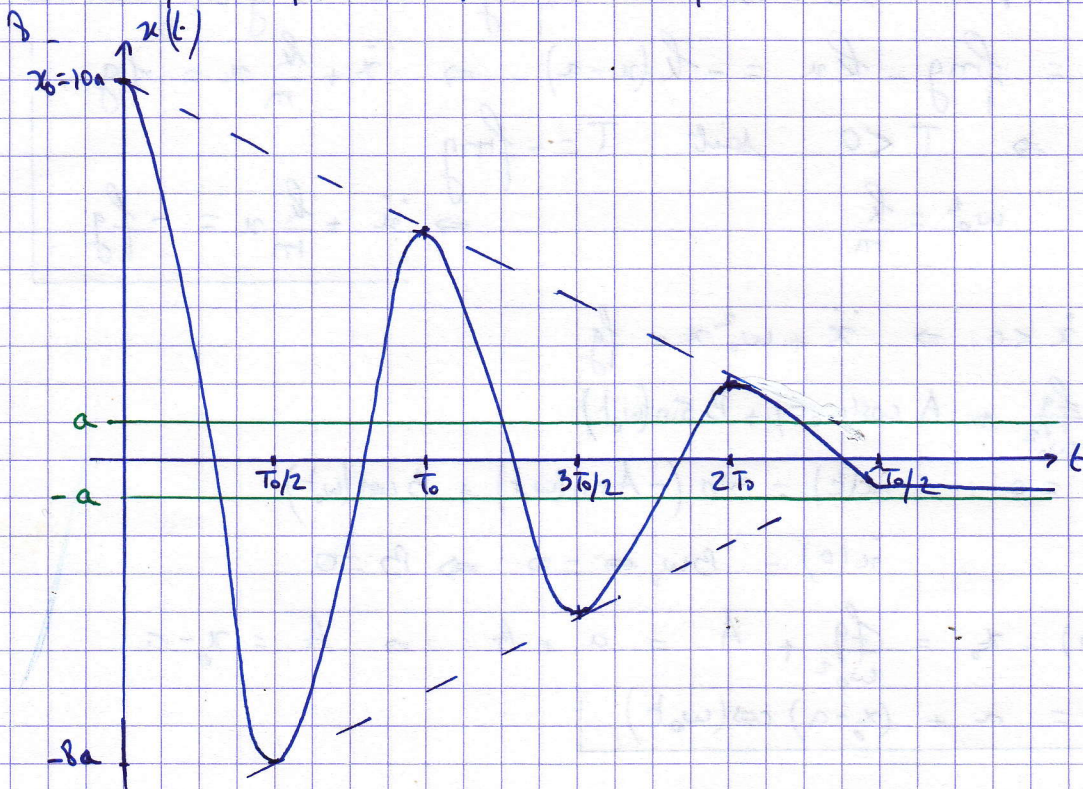
p pair: $x(t) = -a + ((2p-1)a - x_0) \cos(\omega_0(t - t_p))$

7. Amplitude des oscillations: p impair: $x_0 - (2p-1)a = A_p$

$$A_{p+2} - A_p = -(2p+3)a + (2p-1)a = -4a$$

vérif.: p pair: $|(2p-1)a - x_0| = B_p$

$$|B_{p+2} - B_p| = -(2p+3)a + (2p-1)a = -4a$$



$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Rq: La série des valeurs des extrema d'élongation suit une loi arithmétique et non pas exponentielle dans le cas d'un frottement fluide.