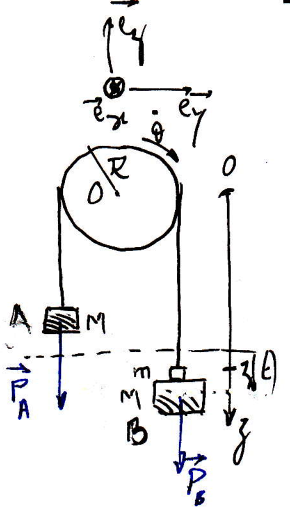
ME326 - Expérience de Poggendorff.



1. Méthode dynamique

Système : Poulie + masses + fil

Réf : terrestre galiléen.

Th. du moment cinétique $/Ox$: $\dfrac{dL_{tot,x}}{dt} = \vec{\mathcal{M}}(\vec{F}_{ext}) \cdot \vec{u}_x$

$$L_{tot,x} = L_{poulie,x} + L_{masses,x}$$

$$= +J\dot{\theta} + \left(\vec{OA} \wedge \vec{M}\dot{z}(-\vec{e}_z) + \vec{OB} \wedge (M+m)\dot{z}\vec{e}_z\right)\vec{e}_x$$

$$= +J\dot{\theta} - MR\dot{z} - (M+m)R\dot{z} \quad \text{où} \quad \dot{\theta} = \frac{\dot{z}}{R} \quad \text{car non glissement du fil}$$

$$= \left[\frac{J}{R} - (2M+m)R\right]\dot{z}$$

$$\vec{F}_{ext} = \vec{P}_A + \vec{P}_B + \vec{R}_O$$

$\hookrightarrow$ réaction sur axe poulie donc de moment nul en O

$$(\vec{OA} \wedge \vec{P}_A)\vec{e}_x = RMg$$

$$(\vec{OB} \wedge \vec{P}_B)\vec{e}_x = -R(M+m)g$$

d'où $$-\left[\frac{J}{R} + (2M+m)R\right]\ddot{z} = -mgR \Rightarrow \boxed{\ddot{z} = \frac{mg}{\frac{J}{R^2} + (2M+m)}}$$

Méthode énergétique.

Système conservatif car non glissement du fil, liaison pivot idéale

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \; ; \quad E_c = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}M\dot{z}_A^2 + \frac{1}{2}(M+m)\dot{z}_B^2 \; ;$$

$$E_p = -Mgz_A - (M+m)gz_B \qquad \dot{\theta} = \frac{\dot{z}}{R}$$

$$\rightarrow 0 = \frac{J}{R^2}\dot{z}\ddot{z} + M\dot{z}_A\ddot{z}_A + (M+m)\dot{z}_B\ddot{z}_B - mg\dot{z} \quad \text{où} \quad \dot{z}_B = \dot{z} \; ; \; \dot{z}_A = -\dot{z}$$

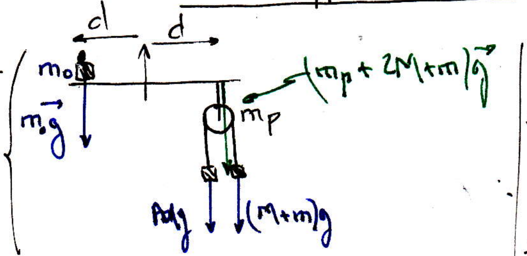
$$\ddot{z}_B = \ddot{z} \; ; \; \ddot{z}_A = -\ddot{z}$$

$$= \left[\frac{J}{R^2} + (2M+m)\right]\dot{z}\ddot{z} - mg\dot{z}$$

$$\hookrightarrow \boxed{\ddot{z} = \frac{mg}{\frac{J}{R^2} + (2M+m)}}$$

2 -

système



Equilibre :

$$m_0 g = [m_p + (2M+m)]g$$

Hors équilibre :

TRC sur {Poulie + masses}. $\dfrac{d\vec{p}_{tot}}{dt} = (2M+m+m_p)\vec{g} + \vec{R}_{b\to p}$

$$\vec{p}_{tot} = M\vec{v}_A + (M+m)\vec{v}_B = m\dot{z}\vec{e}_z$$

$$\rightarrow \vec{R}_{b\to p} = \left(m\ddot{z} + (2M+m+m_p)g\right)\vec{e}_z$$

$$\rightarrow \vec{R}_{p\to b} = -\vec{R}_{b\to p} = -(2M+m+m_p)g\,\vec{e}_z - m\ddot{z}\,\vec{e}_z$$

$$\vec{R}_{p\to b} = -\left[(2M+m+m_p)g - \frac{m^2 g}{\frac{J}{R^2} + 2M+m}\right]\vec{e}_z$$

Donc ajouter à DROITE $\Delta m = \dfrac{m\ddot{z}}{g}$.