ME316. Mouvement de relaxation d'une porte

1. Si $\theta_0 > 0$: $\theta(t)$ décroît, puis oscillation de la porte de part et d'autre du plan (zOz')

   Si $\theta_0 < 0$: $\theta(t)$ croît, puis oscillation ...

   En pratique, les frottements existent. Les oscillations s'amortissent jusqu'à l'arrêt de la porte dans le plan (zOz) ou au voisinage compte tenu des lois de Coulomb du frottement.

2. T.M.C. par rapport à l'axe de gonds, dans le référentiel galiléen du sol.

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_0(\vec{P})$$ seul moment agissant puisque la liaison pivot est parfaite

. $\vec{P} = -mg\,\vec{e}_Z = -mg\left(-\sin\alpha.\,\vec{e}_x + \cos\alpha\,\vec{e}_z\right)$

. le poids s'applique en G : $\vec{OG} = a\left(\cos\theta\,\vec{e}_x + \sin\theta\,\vec{e}_y\right) + b\,\vec{e}_z$

$$\Rightarrow \vec{\mathcal{M}}_0(\vec{P}) = \vec{OG} \wedge m\vec{g} = \begin{vmatrix} a\cos\theta \\ a\sin\theta \\ b \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} mg\sin\alpha \\ 0 \\ -mg\cos\alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -mga\cos\alpha \\ mgb\sin\alpha + mga\cos\alpha\cos\theta \\ -mga\sin\theta\sin\alpha. \end{vmatrix}$$

$$\vec{L}_0.\vec{e}_z = J\dot{\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}_0}{dt}.\vec{e}_z = \vec{\mathcal{M}}_0(\vec{P}).\vec{e}_z \Rightarrow \boxed{J\ddot{\theta} = -mga\sin\theta.\sin\alpha.}$$

3. $\theta \ll 1 \Rightarrow \boxed{\ddot{\theta} + \frac{mga}{J}\sin\alpha.\theta = 0}$

$$m = 4ab\sigma$$

$$\omega_0^2 = \frac{mga\sin\alpha}{J} = \frac{12g}{a}\sin\alpha$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{a}{12g\sin\alpha}} = \boxed{\pi\sqrt{\frac{a}{3g\sin\alpha}} = T_0}$$

Mesure T_0 pour en déduire α.

$$\sin\alpha = \left[\left(\frac{T_0}{\pi}\right)^2\frac{3g}{a}\right]^{-1} \Rightarrow \sin\alpha = 4{,}2\ 10^{-3} \quad = 0{,}24^\circ$$

4. $\alpha = 0 \Rightarrow T_0 \to \infty$: Porte à l'équilibre $\forall\,\theta_0$.