

EM1710. Chauffage par courants de Foucault.

$$1. \text{ rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{r} \frac{\partial r E_\theta}{\partial r} = + B_0 \omega \sin(\omega t)$$

$$\text{d'où} \quad E_\theta = B_0 \omega \frac{r}{2} \sin(\omega t) + \frac{f(r)}{r}$$

Or comme E_θ doit rester fini $\forall r \in [0, R[$, $f(r) = 0$.

$$\text{d'où} \quad \vec{E} = B_0 \omega \frac{r}{2} \sin(\omega t) \vec{e}_\theta$$

$$2. \langle P \rangle = \left\langle \iiint_{\text{volume cylindre}} \vec{j} \cdot \vec{E} d\tau \right\rangle = \left\langle \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^L E^2 r dr d\theta dz \right\rangle = \left\langle \delta B_0^2 \omega^2 \frac{R^4}{16} L \cdot 2\pi \sin^2(\omega t) \right\rangle$$

$$\langle P \rangle = \frac{1}{16} \delta B_0^2 \omega^2 L \pi R^4 = \frac{1}{16\pi} \delta B_0^2 \omega^2 L S_0^2$$

La puissance Joule varie comme ω^2 et S_0^2 on aura intérêt à travailler à haute fréquence et grande section.

3. Bon conducteur (métal) $\Rightarrow j_{\text{cond.}} \gg j_{\text{depl.}}$

$$\text{Eq. de Maxwell Ampère} : \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \delta \vec{E}$$

$$- \frac{\partial B_z}{\partial r} = \mu_0 \delta B_0 \omega \frac{r}{2} \sin(\omega t) \rightarrow B_z = -\mu_0 \delta B_0 \frac{r^2}{4} \sin(\omega t) + g(z, t)$$

Or $\lim_{r \rightarrow 0} B_z = 0$ car $\vec{E}$ est nul en $r=0$, d'où $g(z, t) = 0$.

$$\vec{B} = -\mu_0 \delta B_0 \frac{r^2}{4} \omega \sin(\omega t) \vec{e}_z$$

$$\frac{\|\vec{B}_i\|}{\|\vec{B}_0\|} \approx \mu_0 \delta \omega R^2 \ll 1 \quad \text{si} \quad R \ll \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \delta \omega}} \approx \text{épaisseur de peau}$$