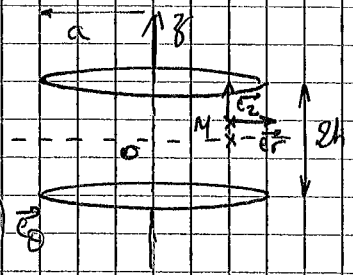


★ EM 704 - Condensateur alimenté en haute fréquence limite de l'ARQP

1. Symétries : $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ plan de symétrie $\Rightarrow \vec{B} = B_\theta \vec{e}_\theta$



Equation de Maxwell-Ampère : $\text{rot } \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}_0}{\partial t}$

$$\hookrightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial (r B_\theta)}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_0}{\partial t} \rightarrow \dots \rightarrow \vec{B}_1 = -\frac{A_1 \omega \sin(\omega t)}{2c^2} \vec{e}_\theta$$

2. Par raison de symétries $\vec{E}_1(r, z) = E_1(r, z) \vec{e}_z$

Equation de Maxwell-Faraday : $\text{rot } \vec{E}_1 = -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t}$

$$\rightarrow \dots \rightarrow \vec{E}_1 = -\frac{A_1 \omega^2}{4c^2} \cos(\omega t) \vec{e}_z$$

$$3. \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 = \vec{E}_0 \left(1 - \frac{r^2}{4}\right)$$

$$\frac{r^2}{4} < \left(\frac{a\omega}{2c}\right)^2 = \left(\frac{\pi a \nu}{c}\right)^2 \approx 10^{-4} \ll 1 \text{ conforme à l'ARQP}$$

$\vec{E}$ est en fait la superposition infinie (série) de champs induits

4. Equation de Maxwell-Gauss : $\text{div } \vec{E} = 0 \rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow \vec{E} = A(r) \cos(\omega t) \vec{e}_z$

Equation de propagation de $\vec{E}$: $\Delta^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$

$$\rightarrow \dots \rightarrow \left[A'' + \frac{1}{r} A' + \frac{\omega^2}{c^2} A = 0 \right] \rightarrow \left[\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + y = 0 \right]$$

$$5. \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) a_{n+2} x^n + \sum_{n=0}^{\infty} (n+2) a_{n+2} x^n + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n + \frac{a_1}{x} = 0$$

$$\dots \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} [(n+2)^2 a_{n+2} + a_n] x^n + a_1 x^{-1} = 0 \quad \forall x \in [0, a] \Rightarrow \underline{a_1 = 0}$$

$$\hookrightarrow a_{n+2} = -\frac{a_n}{(n+2)^2} \quad \text{où} \quad \begin{matrix} a_0 = 1 \\ a_2 = -\frac{1}{4} \end{matrix} \text{ conforme au 3}$$

$$6. y=0 \text{ pour } n=2,4 \rightarrow \nu = \frac{c \times 2,4}{2\pi a} \approx 10^9 \text{ Hz} \rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} = 30 \text{ cm}$$

donc l'ARQP est valide si $\lambda \ll 30 \text{ cm} \approx a$.