

$$12. Q = \int_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \rho r^2 \sin\theta \, d\phi \, d\theta \, dr = 4\pi\rho_0 \int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) r^2 \, dr$$

$$Q = 4\pi\rho_0 \left(\frac{R^3}{3} - \frac{R^3}{5} \right) \rightarrow Q = \frac{4\pi R^3}{3} \rho_0 \left(1 - \frac{3}{5}\right) \quad Q = \frac{4\pi R^3}{3} \rho_0 \frac{2}{5}$$

$$13. q = 4\pi\rho_0 \int_0^R \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) r^2 \, dr = 4\pi\rho_0 \left(\frac{R^3}{3} - \frac{R^5}{5R^2} \right) \rightarrow q = \frac{4\pi R^3}{3} \rho_0 \left(1 - \frac{3}{5}\right)$$

On obtient Q en remplaçant r par R .

21. Tout plan passant par O et M est plan de symétrie donc $\vec{E}$ devant appartenir à chacun de ces plans $\vec{E}$ est radial

22. La distribution étant à symétrie sphérique, le champ aussi : $\vec{E}(M) = \vec{E}(r)$

23. Tout plan passant par O est plan de symétrie donc $\vec{E}(O) = \vec{0}$

$$24. \text{car } \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{soit } \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 E_r}{\partial r} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{puisque } E_\theta = E_\phi = 0$$

$$\frac{\partial r^2 E_r}{\partial r} = \frac{\rho r^2}{\epsilon_0} \rightarrow \cancel{r^2 E_r = \frac{\rho r^3}{3\epsilon_0} + cte}$$

~~Les membres tendent vers 0 en $r \rightarrow 0$ donc $cte = 0$~~

$$\frac{\partial r^2 E_r}{\partial r} = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{r^2}{\epsilon_0}$$

$$r^2 E_r = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{r^3}{3} - \frac{r^5}{5R^2} \right) + cte$$

$$E_r = \frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0} \left(1 - \frac{3}{5} \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$\vec{E}_{\text{int}} = \frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0} \left(1 - \frac{3}{5} \frac{r^2}{R^2} \right) \vec{u}_r$$

$$25. \rho_{\text{ext}} = 0 \quad r^2 E_r = cte$$

$$\text{Continuité en } r=R \quad E_{\text{int}} = \frac{\rho_0 R}{3\epsilon_0} \left(1 - \frac{3}{5} \right) = \frac{2}{15} \frac{\rho_0 R}{\epsilon_0} = \frac{cte}{R^2}$$

$$\rightarrow cte = \frac{2}{15} \frac{\rho_0 R^3}{\epsilon_0} \quad \text{d'où } \vec{E}_{\text{ext}} = \frac{2}{5} \frac{\rho_0 R^3}{\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$$

$$\text{Rq: } \vec{E}_{\text{ext}} = \frac{4\pi R^3 \rho_0}{3} \times \frac{2}{5} \frac{1}{4\pi \epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_{\text{ext}} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \quad \text{Champ de Coulomb}$$