

LA FORCE DE VAN DER WAALS

(Centrale-Supelec - PC - 2020)

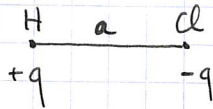
Q1.

$P (+q)$

$N (-q)$

Dipôle électrostatique: Doublet de charges ponctuelles opposées séparées par une distance très faible par rapport aux autres échelles de longueur du problème.

Q2. Molecule HCl



$$p \approx e \cdot a$$

$$e \approx 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$a \approx 10^{-10} \text{ m}$$

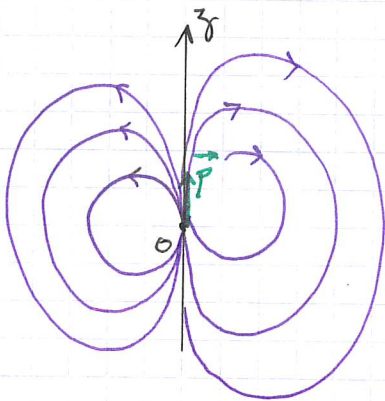
$$\Rightarrow p \approx 10^{-29} \text{ C.m.}$$

Q3. $r \gg a$, où a : taille du dipôle.

Q4. Relation champ-potentiel: $\vec{E} = -\text{grad } V$ où $V = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{p \cdot \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

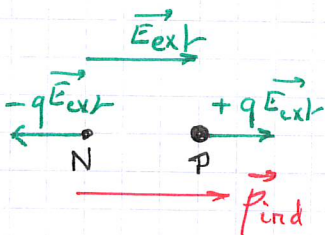
$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2\cos\theta \vec{e}_r + \sin\theta \vec{e}_\theta)$$

Q5.



Q6. Le champ $\vec{E}_{\text{ext}}$ génère des forces électriques de sens opposés sur les charges positives du noyau et négatives du cortège électronique. Cela entraîne une séparation des barycentres des charges positives et des charges négatives (P et N). L'atome constitue ainsi un dipôle.

Pour $\vec{E}_{\text{ext}}$ peu intense et lentement variable dans le temps, la relation entre $\vec{p}$ et $\vec{E}_{\text{ext}}$ est linéaire.

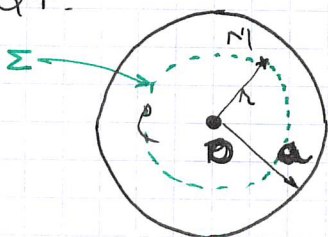


($q > 0$)

Compte tenu des sens des forces appliquées, $\vec{E}_{\text{ext}}$ et $\vec{p}$ sont de même sens donc $\alpha > 0$.

α en m^3

Q7.



* ρ : densité volumique charge: $\rho = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi a^3}$

* Force subie par l'électron: $\vec{F} = -e\vec{E}$

* Calcul de $\vec{E}$ par le théorème de Gauss:

- Tout plan contenant (OM) est plan de symétrie $\Rightarrow \vec{E}(M) = E(M)\vec{e}_r$
- La répartition de charge uniforme est invariante par toute rotation de centre O $\Rightarrow \vec{E}(M) = \vec{E}(r)$
- Surface de Gauss Σ : sphère de centre O, de rayon r.

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{\Sigma} E(r) \vec{e}_r \cdot dS \vec{e}_r = 4\pi r^2 E(r).$$

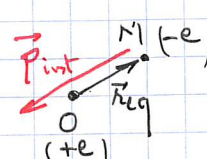
Théorème de Gauss: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$ où $Q_{\text{int}} = \rho \times \frac{4}{3}\pi r^3 = e\left(\frac{r}{a}\right)^3$

$$\Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{er}{4\pi\epsilon_0 a^3} \vec{e}_r \quad \text{d'où} \quad \vec{F} = -\frac{e^2 r}{4\pi\epsilon_0 a^3} \vec{e}_r$$

En posant $K = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^3}$, $\vec{F} = -K\vec{r}$ est assimilable à une force de rappel élastique.

Q8 - Appliquons le principe fondamental de la dynamique à l'électron à l'équilibre dans le référentiel du noyau:

$$\vec{0} = -K\vec{r}_{eq} - e\vec{E}_{\text{ext}} \quad \rightarrow \quad \vec{r}_{eq} = -\frac{e}{K}\vec{E}_{\text{ext}} = -\frac{4\pi\epsilon_0 a^3}{e}\vec{E}_{\text{ext}} = \vec{r}_{eq}$$

Q9.  $\vec{P}_{\text{int}} = e \cdot (-\vec{r}_{eq}) = 4\pi\epsilon_0 a^3 \vec{E}_{\text{ext}} \Rightarrow \alpha = 4\pi a^3$

AN: $a \approx 10^{-10} \text{ m}$ taille de l'atome.

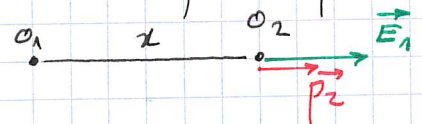
$$\alpha \approx 10^{-29} \text{ m}^3$$

Q10. Le cortège électronique est en mouvement incessant, générant un moment dipolaire instantané. Ce dernier, génère un champ électrique dipolaire qui induit un dipôle sur l'atome voisin, et inversement.

Q11. Posons: $\vec{E}_1$: champ dipolaire créé par le dipôle (1).

x E_{p2} : énergie potentielle du dipôle (2) dans le champ créé par (1).

$$E_{p2} = -\vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1 = -p_2 E_1$$



x Force subie par (2): $\vec{F}_{1/2} = -\text{grad } E_{p2}$

$$\vec{E}_1(O_2) = \vec{E}_1(r=x, \theta=0) = E_1(x, \theta) \vec{e}_x \Rightarrow \text{grad } E_{p2} = \frac{dE_{p2}}{dx} \vec{e}_x$$

$$\text{d'où} \quad \vec{F}_{1/2} = p_2 \frac{dE_1}{dx} \vec{e}_x$$

Q12 - $\vec{E}_1 = \frac{p_1}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2\cos\theta \vec{e}_r + \sin\theta \vec{e}_\theta)$; $O_2 (r=x, \theta=0)$

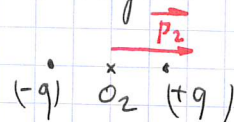
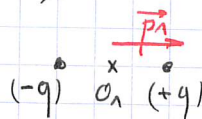
$$\Rightarrow \vec{E}_1(O_2) = \frac{p_1}{4\pi\epsilon_0 x^3} \underbrace{2\vec{e}_r}_{\vec{e}_x} (\theta=0) \Rightarrow \vec{E}_1(O_2) = \frac{p_1}{2\pi\epsilon_0 x^3} \vec{e}_x$$

$$\frac{dE_1}{dx} = -\frac{3p_1}{2\pi\epsilon_0 x^4}$$

Par ailleurs $\vec{p}_2 = \alpha \epsilon_0 \vec{E}_1(O_2) = \alpha \frac{p_1}{2\pi x^3} \vec{e}_x$

$$\text{d'où} \quad \vec{F}_{1/2} = -\frac{3p_1^2 \alpha}{4\pi\epsilon_0 x^7} \vec{e}_x \quad \text{où on pose} \quad K = -\frac{3p_1^2 \alpha}{4\pi\epsilon_0 x^7} < 0$$

Q13. $\vec{F}_{1/2}$ est attractive. En effet, si on représente les dipôles avec des charges ponctuelles



Les charges plus proches sont de signes opposés et donc s'attirent.

Q14. $\vec{F}_{1/2} = -\text{grad } E_{\text{pint}} = -\frac{d}{dx}(E_{\text{pint}}) \Rightarrow E_{\text{pint}} = -\frac{p_1^2 \alpha}{4\pi\epsilon_0 x^6}$

Remarques: $E_{\text{pint}} = -\frac{1}{2} \vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1(x_2)$

Q15. $[f] = \frac{[\text{Force}]}{L^2} = \frac{[\text{Travail}]}{L} \times \frac{1}{L^2} = \frac{[\text{Énergie}]}{L^3} = \left[\frac{A}{6\pi D^3} \right] \Rightarrow [A] = [\text{Énergie}]$

Q16. N: nombre de spatules total: $N = 6.10^6 \text{ spatules} \times 500 \text{ spatules}$
 $N = 3.10^9 \text{ spatules}$

A l'équilibre: $\xi \cdot N \cdot f \cdot S = mg$ où $m = 50 \text{ g}$
 $g \approx 10 \text{ ms}^{-2}$; $S = (0,2 \cdot 10^{-6})^2 \text{ m}^2$

$\xi = \frac{6\pi D^3 mg}{NAS}$

ξ : proportions de spatules cherchées.

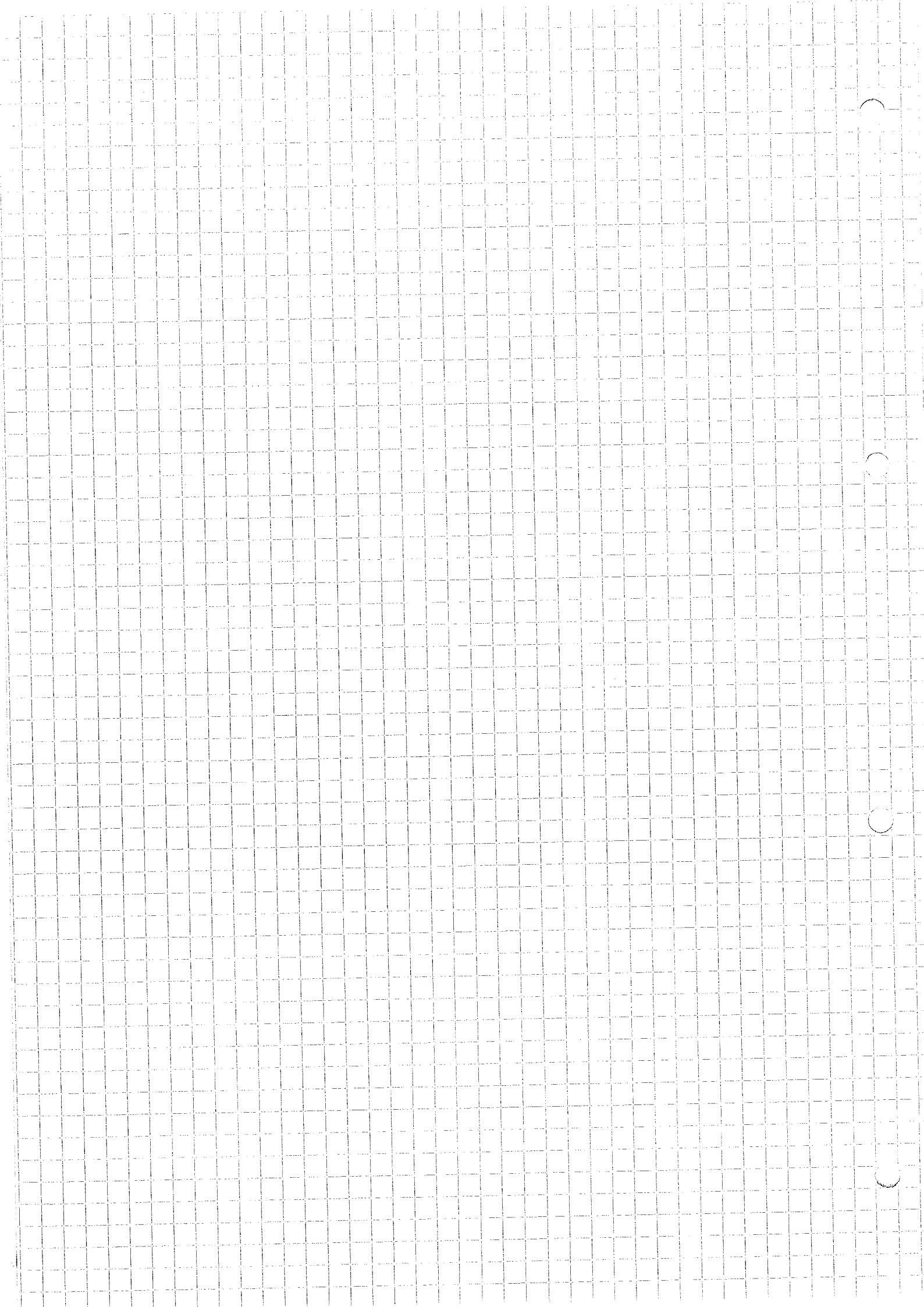
$\xi \approx \frac{20 \cdot 10^{-27} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10}{3 \cdot 10^9 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^{-14}} \rightarrow \xi \approx 1\%$

L'équipe de Kellar Autumn trouve expérimentalement $\xi_{\text{exp}} = 0,4\%$,

il y a donc une autre cause d'adhérence s'ajoutant aux interactions de Van der Waals, par exemple un effet ventouse mettant à profit la force de pression atmosphérique.

Le gecko doit assurer son adhérence même en mouvement donc avec une perte de contact d'au moins une patte à la fois. Il lui faut donc mobiliser une proportion $\xi > 1\%$ de spatules.



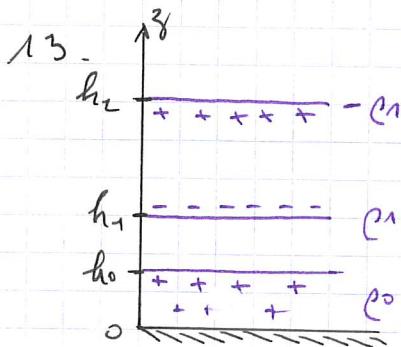


EXEMPLES D'ELECTRICITE DANS L'ATMOSPHERE

(Concours National Commun - MP - 2018)

11. Equation de Maxwell-Gauss: $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0}$ où $\vec{E} = E(z)\vec{u}_z$
 $\rightarrow \frac{dE}{dz} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \rightarrow E(z) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} z \mid \text{ où } E(0) = 0.$

12. De même pour $h_0 \leq z \leq h_1$, $\text{div } \vec{E} = 0 \rightarrow \frac{dE}{dz} = 0$
 donc $E(z)$ y est uniforme: $E(z) = E_0$
 Par continuité en $z = h_0$: $E_0 = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} h_0 \mid \text{ où } \rho_0 > 0$

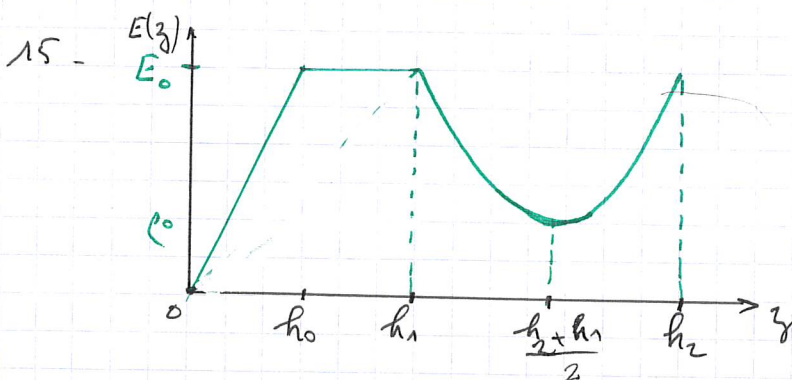


Variation linéaire de $\rho(z)$: $\frac{d\rho}{dz} = \frac{\rho(h_2) - \rho(h_1)}{h_2 - h_1} = \frac{-2\rho_1}{h_2 - h_1}$
 Par intégration $\rho(z) - \rho(h_1) = -\frac{2\rho_1}{h_2 - h_1}(z - h_1)$
 $\Rightarrow \rho(z) = -\frac{2\rho_1}{h_2 - h_1}(z - h_1) + \rho_1 \mid \text{ où } \rho_1 < 0.$

14. Comme plus haut: $\frac{dE}{dz} = \frac{\rho(z)}{\epsilon_0} = \frac{\rho_1}{\epsilon_0} \left(1 - \frac{2}{h_2 - h_1}(z - h_1)\right)$

On intègre: $E(z) = \frac{\rho_1}{\epsilon_0} \int_{h_1}^z \left[1 - \frac{2}{h_2 - h_1}(z - h_1)\right] dz + E(h_1)$
 $= \frac{\rho_1}{\epsilon_0} \left[(z - h_1) - \frac{z^2 - h_1^2}{h_2 - h_1} + \frac{2h_1(z - h_1)}{h_2 - h_1} \right] + E_0 \mid \text{ par continuité en } h_1.$

$\rightarrow E(z) = \frac{\rho_1}{\epsilon_0} \left[(z - h_1) \frac{h_2 + h_1}{h_2 - h_1} - \frac{z^2 - h_1^2}{h_2 - h_1} \right] + E_0$



NB: Cherchons l'altitude du minimum de $E(z)$

$\frac{dE}{dz} = \frac{\rho_1}{\epsilon_0} \left(1 - \frac{2}{h_2 - h_1}(z - h_1)\right) = 0$

pour $z = \frac{h_1 + h_2}{2}$

* $E(h_2) = E(h_1) = E_0$

21. Soit des mailles: $u_c + u = 0 \rightarrow \frac{Q(t)}{C} - R i = 0$

où $i = -\dot{Q} \rightarrow \dot{Q} + \frac{Q}{RC} = 0$

22. On dérive une fois: $-\frac{dI}{dt} - \frac{I}{RC} = 0$ soit $\frac{dI}{dt} + \frac{I}{RC} = 0$

$$\rightarrow I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \quad \text{où } \tau = RC$$

23 - Charge coulée : $Q_{\text{tot}} = \int_0^{\infty} I(t) dt$ soit l'aire sous la courbe.

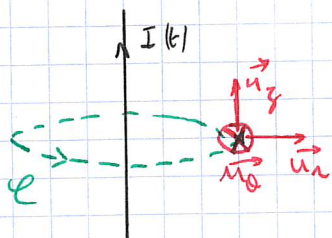
Graphiquement : $Q_{\text{tot}} = \frac{1}{2} I_m t_1 + I_m (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} I_m (t_3 - t_2)$

$$Q_{\text{tot}} = I_m \left(\frac{t_2 - t_1}{2} + \frac{t_3 - t_2}{2} \right) \quad Q_{\text{tot}} = 54,9 \text{ C.}$$

24 - $E_e = \frac{1}{2} \frac{Q_{\text{tot}}^2}{C} = \frac{1}{2} Q_{\text{tot}} \frac{C u_0}{C} \rightarrow E_e = \frac{1}{2} Q_{\text{tot}} u_0 \quad E_e = 0,275 \text{ MJ.}$

25 - $C = \frac{Q_{\text{tot}}}{u_0} \quad C = 5,49 \mu\text{F}$

31 -



* $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est plan de symétrie donc

$$\vec{B}(M) = B(M) \vec{u}_\phi$$

* la distribution de courant est invariante par translation quelconque selon $\vec{u}_z$ et rotation quelconque d'angle θ donc

$$\vec{B}(M) = \vec{B}(r)$$

$$\rightarrow \vec{B}(M) = B(r) \vec{u}_\phi$$

32. On applique le théorème d'Ampère dans l'ARRS à un contour circulaire de rayon r , admettant le courant comme axe.

* $r > a$ $\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I(t)$ soit $\vec{B} = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} \vec{u}_\phi$

* $r < a$: $I_{\text{enlacé}} = \frac{I(t)}{\pi a^2} \pi r^2 = I(t) \left(\frac{r}{a} \right)^2 \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi a^2} r \vec{u}_\phi$

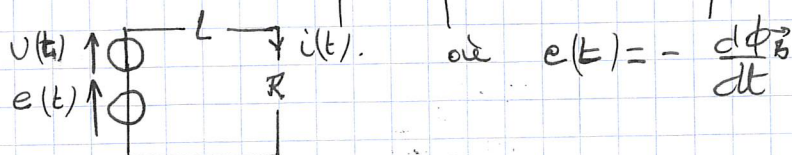
33. Force de Lorentz magnétique appliquée à un électron de l'éclair

$$\vec{F} = -e \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{où } \vec{v} = -v \vec{u}_z \Rightarrow \vec{F} = - \frac{\mu_0 e v I(t)}{2\pi a} r \vec{u}_r$$

Donc le canal de l'éclair tend à diminuer sous l'effet de cette force.

34. Le flux Φ_B du champ magnétique généré par $I(t)$ à travers le circuit ~~domestique~~ varie. La loi de Faraday affirme qu'il apparaît alors une f.é.m. induite dans ce circuit.

35. Circuit électrique équivalent en présence d'éclair :



$$\Phi_B = \iint_{\text{cercle}} \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} \vec{u}_\phi \cdot d\vec{S} \quad \text{où } d\vec{S} = dS \vec{u}_\phi \quad \text{compte tenu de l'orientation choisie de } i(t).$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I(t) d}{2\pi} \int_{D-d/2}^{D+d/2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I(t) d}{2\pi} \ln \left(\frac{2D+d}{2D-d} \right)$$

$$\text{d'où } e(t) = - \frac{\mu_0 d}{2\pi} \ln \left(\frac{2D+d}{2D-d} \right) \cdot \frac{dI}{dt} \quad \text{Posons } M = \frac{\mu_0 d}{2\pi} \ln \left(\frac{2D+d}{2D-d} \right)$$

$$\text{loi des mailles : } U(t) + e(t) = L \frac{di}{dt} + Ri$$

mutuelle inductance

$$\text{d'où l'équation différentielle} \quad \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = - \frac{M}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{U_m}{L} \cos(\omega t)$$

$$361. |e(t)|_{\max} = M \left| \frac{dI}{dt} \right|_{\max} \Rightarrow \varepsilon = \frac{M}{U_m} \left| \frac{dI}{dt} \right|_{\max} \leq 1\%$$

$$\text{si } M \leq \frac{U_m}{\left| \frac{dI}{dt} \right|_{\max}} \times 1\% = M_{\max}; \quad \text{Posons l'approximation } d \ll D$$

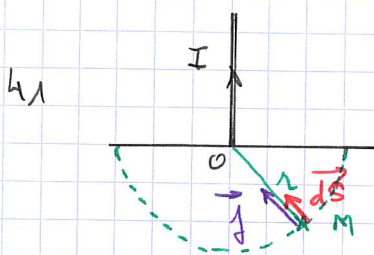
$$\ln \left(\frac{D+d/2}{D-d/2} \right) = \ln \left(1 + \frac{d}{2D} \right) - \ln \left(1 - \frac{d}{2D} \right) \approx \frac{d}{D} \Rightarrow M \approx \frac{\mu_0 d^2}{2\pi D}$$

$$\text{NB } \ln(1+x) \approx x \quad \text{pour } x \ll 1$$

$$\text{d'où } \frac{\mu_0 d^2}{2\pi D} \leq M_{\max} \Rightarrow D \geq \frac{\mu_0 d^2}{2\pi M_{\max}} = D_{\min}$$

$$362. D_{\min} = \frac{\mu_0 d^2}{2\pi U_m} \left| \frac{dI}{dt} \right|_{\max} \quad \text{A.N: } \left| \frac{dI}{dt} \right|_{\max} \approx \frac{90 \cdot 10^3}{80 \cdot 10^{-6}} = 1,1 \cdot 10^9 \text{ A.s}^{-1}$$

$$D_{\min} = 2 \cdot 10^1 \text{ m}$$



Par symétrie, on considère la densité de courant dans le sol radiale et invariante par rotation quelconque autour de O.

$$\vec{j}(r) = j(r) \vec{e}_r$$

$$\text{Par définition } I = \iint_{\frac{1}{2} \text{ sphère } (0,r)} \vec{j} \cdot d\vec{S} = -j(r) 2\pi r^2 \Rightarrow \vec{j} = - \frac{I}{2\pi r^2} \vec{e}_r$$

$$42. \text{ loi d'Ampère locale : } \vec{j} = \delta \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{j}}{\delta} = - \frac{I}{2\pi \delta r^2} \vec{e}_r$$

$$\text{Relation champ potentiel : } \vec{E} = - \text{grad } V = - \frac{dV}{dr} \vec{e}_r$$

$$\text{Par intégration } \int_{V(\infty)=0}^{V(r)} dV = + \int_{\infty}^r \frac{I}{2\pi \delta r^2} dr \Rightarrow V(r) = - \frac{I}{2\pi \delta r}$$

$$V_A - V_B = \frac{I}{2\pi\gamma} \left(\frac{1}{0.3} - \frac{1}{0.4} \right) = \frac{I}{2\pi\gamma} \left(\frac{1}{D+p} - \frac{1}{D} \right) \Rightarrow V = V_A - V_B = \frac{-Ip}{2\pi\gamma D(D+p)}$$

5. * Intensité du courant parcourant l'homme : loi d'ohm : $i_H = \frac{|V|}{R}$

$$i_H = \frac{Ip}{R 2\pi\gamma D(D+p)} \approx \frac{Ip}{R 2\pi\gamma D^2 R} \quad \text{car } p \ll D$$

$$i_H \leq I_{\max} \quad \text{si} \quad D > D'_{\min} = \sqrt{\frac{Ip}{R 2\pi\gamma I_{\max}}} \quad \underline{\text{AN: } D'_{\min} \approx 3 \cdot 10^1 \text{ m}}$$

* L'électrocution peut s'accompagner d'un effet Joule qui augmente la température du corps.

Considérons $i_H \leq I_{\max}$ (l'homme reste vivant)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Energie Joule: } W_J \leq R I_{\max}^2 \times \Delta t \\ W_J = mc \Delta T \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta T \leq \frac{R I_{\max}^2 \Delta t}{mc}$$

AN: soit $m = 90 \text{ kg}$

$$\Delta T \leq 0,5 \cdot 10^3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Même si $i_H < I_{\max}$, l'échauffement est tel que le corps peut entrer en ébullition



LA Foudre

(Mines-Torcs - MP - 1997)

1. Equation de Maxwell-Gauss: $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ où $\vec{E} = E \vec{e}_y$ (cf énoncé)
En négligeant les effets de bords (invariance par translations selon $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$)

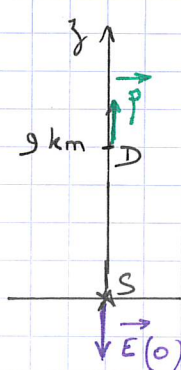
$$\vec{E} = E(z) \vec{e}_y \quad \text{d'où} \quad \text{div } \vec{E} = \frac{dE}{dz} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

- * zone 1: $\frac{dE}{dz} < 0 \Rightarrow \rho < 0$ mais le schéma indique malgré cela $\rho > 0$.
C'est dû à une charge surfacique au niveau du sol (non représentée)

- * zone 2: $\frac{dE}{dz} < 0 \Rightarrow \rho < 0$

- * zone 3: $\frac{dE}{dz} > 0 \Rightarrow \rho > 0$

2-



Champ dipolaire: $\vec{E} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0\lambda^3} (2\cos\theta \vec{e}_r + \sin\theta \vec{e}_\theta)$

En S: $\lambda = DS$; $\theta = \pi$

d'où $\vec{E}(S) = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0 DS^3} \vec{e}_y$

$p = 4\pi\epsilon_0 E DS^3$ A.N: $p = 4 \cdot 10^5 \text{ C.m}$

3-

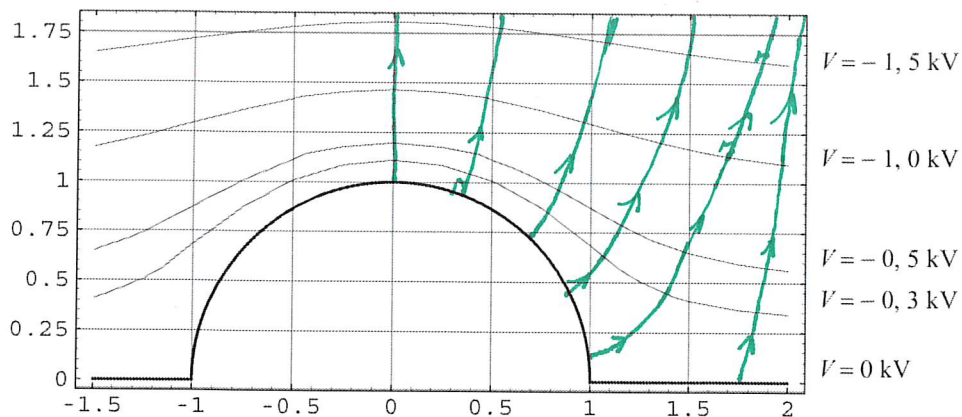


Figure 2a : allure de quelques lignes équipotentielles au voisinage d'une demi-sphère conductrice maintenue au potentiel du sol. Très loin de ce conducteur, le champ électrique est uniforme. L'unité de longueur est le rayon de la sphère.

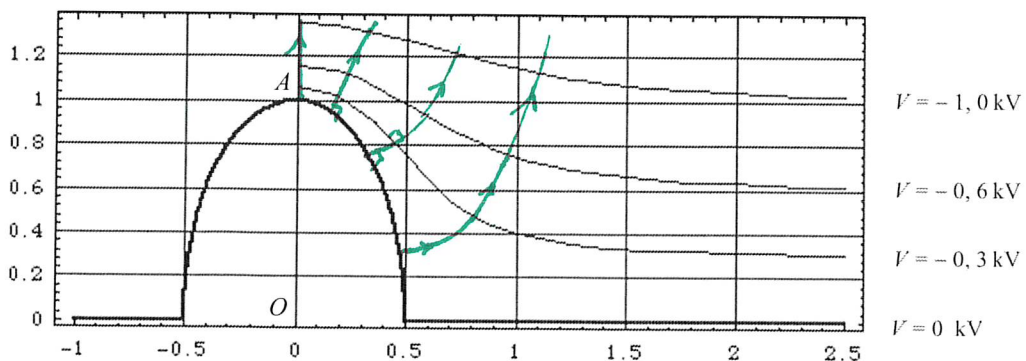


Figure 2b : allure de quelques lignes équipotentielles (pour x positif) au voisinage d'un demi-ellipsoïde de révolution conducteur maintenu au potentiel du sol. Très loin de ce conducteur, le champ électrique est uniforme et parallèle au grand axe de l'ellipsoïde. L'unité de longueur est le demi-grand axe, OA, de l'ellipse. À titre documentaire : pour l'ellipsoïde est décrit par

5. ^{9a} "de l'asperité", les équipotentielles successives $\Delta V = 0,5 \text{ kV}$ sont distantes de $0,5 \text{ rayon d'asperité } R$.

$$E \approx \frac{\Delta V}{\Delta z} = \frac{0,5}{0,5R} = 5 \text{ kV.m}^{-1} \Rightarrow R = \frac{1}{E (\text{kV.m}^{-1})} = 10 \text{ cm.}$$

* Au sommet de l'asperité $\Delta V \approx 0,3 \text{ kV}$ sur $\Delta z = 0,12 \cdot R = 2,4 \text{ cm}$

$$\Rightarrow E_{(\text{kV/m})} \approx \frac{0,3}{2,4/10^{-2}} = \frac{1}{8} 10^9 \rightarrow E \approx 1 10^4 \text{ kV.m}^{-1}$$

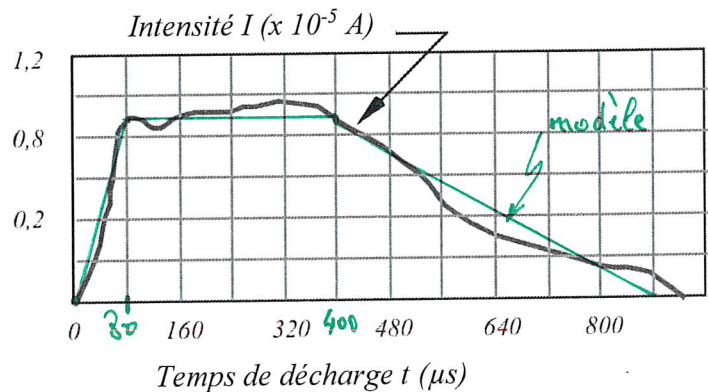
^{9b} Au sommet de l'asperité $\Delta V \approx 0,3 \text{ kV}$ sur $\Delta z \approx 0,05 R = 1 \text{ cm.}$

$$\Rightarrow E_{\text{kV/m}} \approx \frac{0,3}{10^{-2}} = 0,3 10^2 \quad E = 3 10^1 \text{ kV.m}^{-1}$$

6. L'évaluation précédente permet de mettre en évidence l'effet de pointe. Au voisinage d'un conducteur "pointu", par exemple un doigt, le champ est plus intense, pouvant dépasser le champ disruptif de l'air et ainsi générer des ionisations visibles (flux de Saint Elme)

7. $Q = \int I(t) dt$ soit l'aire sous la courbe de $I(t)$

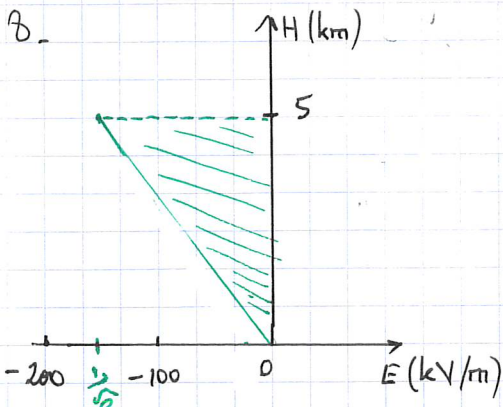
Courbe modèle



$$Q \approx \left[\frac{1}{2} 0,9 \times 80 + (400 - 80) \times 0,9 + \frac{1}{2} (860 - 400) \times 0,9 \right] 10^5 \cdot 10^{-6}$$

$$\approx \left[\frac{1}{2} 80 + 400 - 80 + \frac{1}{2} (860 - 400) \right] 0,09 \rightarrow Q \approx 5 10^1 \text{ C}$$

$$I_m = \frac{Q}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad \Delta t = 860 \mu s \rightarrow I_m = 5 10^4 \text{ A}$$



$W = - \int E dz$ soit l'aire hachurée

$$W = \frac{1}{2} \times (150 10^3 \times 5 10^3) = 375 \text{ MJ}$$

9 - Energie du condensateur: $W = \frac{1}{2} CU^2$ où $Q = CU$

$\Rightarrow W = \frac{1}{2} QU$ $W = 1 \cdot 10^3 \text{ J}$ avec $U = 400 \text{ MV}$
 $C = \frac{Q}{U} = 0,13 \mu\text{F}$

10 - Pour récupérer cette énergie il faudrait :

- * Un réseau de paratonnerres comme collecteurs de foudre.
- * Un circuit dimensionné pour ne pas être détruit par des courants crête de l'ordre de 10^5 A .
- * Des condensateurs de capacité suffisante pour accumuler la charge déversée par la foudre.

11 - Le champ magnétique variable généré par l'éclair induit des f.e.m. parasites dans les circuits électroniques lents.
 Cet effet est le plus important lors du début de la décharge $t < 80 \text{ ms}$, lorsque la variation de courant est la plus brutale.

12 - 1^{er} cas: $D < H$: $L = D$

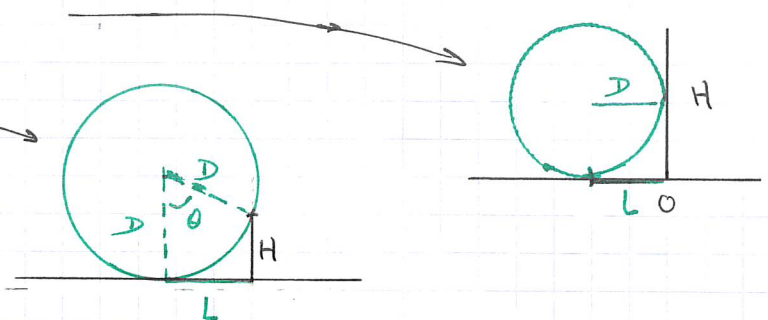
2^e cas: $D > H$

$H = D(1 - \cos\theta)$

$\sin\theta = \frac{L}{D}$

$\Rightarrow \cos^2\theta = (1 - \frac{H}{D})^2 \rightarrow \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - (1 - \frac{H}{D})^2$

d'où $L = D \sqrt{1 - (1 - \frac{H}{D})^2}$



13 -

$I_z (\text{kA})$	3	10	30	50
$D (\text{m})$	$2 \cdot 10^1$	$5 \cdot 10^1$	$1 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^2$
$L (\text{m})$	20	$4 \cdot 10^1$	$7 \cdot 10^1$	$9 \cdot 10^1$

14 - La tige de Franklin permet de protéger de la foudre une zone d'autant plus large que l'intensité crête de l'éclair est élevée, et donc que les dommages seraient accrus.

15 - La symétrie sphérique de la prise de terre permet de supposer des lignes de courant radiales de centre C.



$I \stackrel{\text{def}}{=} \oint \vec{J}(r) d\vec{S} = \int(r) \cdot 2\pi r^2$
 $\Rightarrow \int(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$

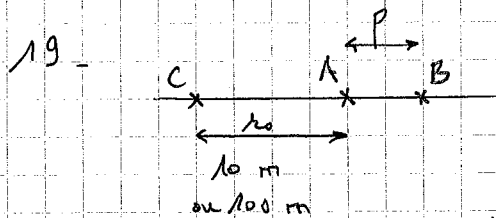
loi d'Ampère locale: $\vec{j} = \frac{1}{c} \vec{E} \rightarrow \vec{E} = \frac{cI}{2\pi n^2} \vec{e}_r$

Relation champ potentiel: $\vec{E} = -\text{grad } V$

$\rightarrow V(r) - V(\infty) = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{Ic}{2\pi} \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = \frac{Ic}{2\pi r} \rightarrow V(r) = \frac{Ic}{2\pi r}$

17. $U = V(a) = \frac{Ic}{2\pi a}$

18. $R = \frac{\rho}{2\pi a} < R_{\max} \rightarrow a > \frac{\rho}{2\pi R_{\max}} \quad \text{A.N. } a > 0,5 \text{ cm}$



$V_p = V(A) - V(B) = \frac{Ic}{2\pi} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = \frac{Ic}{2\pi} \frac{r_B - r_A}{r_A r_B}$

ou $r_A = r_0$, $r_B = r_0 + p$

A.N.: $r_0 = 10 \rightarrow V_p = 3 \text{ kV}$

$r_0 = 100 \rightarrow V_p = 8 \cdot 10^1 \text{ V}$

20. Courant d'électrostatique $I_{el} = \frac{V_p}{R_p}$ A.N.: à 10 m: $I_{el} = 3 \text{ A}$
à 100 m: $I_{el} = 32 \text{ mA}$

21. $I_{el} = \frac{Ic}{2\pi R_p} \frac{r_B - r_A}{r_A r_B}$; A priori $r_A > 100 \text{ m} \Rightarrow r_B \approx r_A$

et $r_B - r_A = 1 \text{ m}$

$\rightarrow I_{el} = \frac{Ic}{2\pi R_p} \frac{r_B - r_A}{r_0^2} \rightarrow r_0 = \left(\frac{Ic(r_B - r_A)}{2\pi R_p I_{el}} \right)^{1/2} \quad r_0 = 1 \text{ km}$

