



Recommandations :

- Pour choisir l'ordre dans lequel vous traiterez les problèmes lisez le sujet en entier au préalable.
- Les résultats littéraux et numériques doivent être **encadrés**.
- Un résultat numérique sans **unité** est considéré faux.
- Les **correcteurs** (effaceurs, peinture, ruban, stylo à friction) sont interdits.
- La rédaction se fait en langue française respectant syntaxe, grammaire et orthographe.
- Une relecture finale attentive, 15 minutes avant la fin de l'épreuve est indispensable.

Pénalité : Un défaut de qualité de la copie (présentation, écriture, orthographe, syntaxe) pourra faire l'objet d'une pénalité de 1 ou 2 points sur la note finale.

Problème Pour Tous

Interférences à deux et trois ondes

On considère (**figure 1**) un faisceau de lumière parallèle de longueur d'onde λ , se propageant dans la direction Oz . Ce faisceau arrive sur un écran placé dans le plan (xOy) en $z = 0$ percé de deux trous identiques T_1 et T_2 .

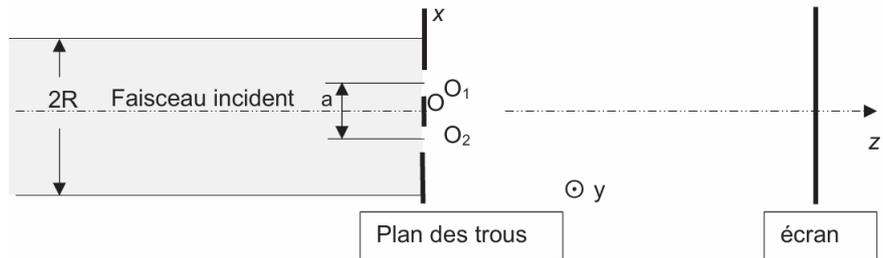


Figure 1

Les centres des trous O_1 et O_2 ont pour coordonnées respectivement $(\frac{a}{2}, 0, 0)$ et $(-\frac{a}{2}, 0, 0)$.

Le rayon des trous est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. Ceci permet de supposer qu'il existe un champ d'interférences qui est la zone commune aux deux faisceaux diffractés par les trous. On modélise chaque trou par une source secondaire ponctuelle émettant une lumière uniforme dans le champ d'interférences. Ces sources secondaires sont cohérentes entre elles. L'indice du milieu est pris égal à 1.

Q1 – On observe sur un écran placé dans le plan $z = D$, en un point M de coordonnées (x, y, D) . On suppose que D est très grand devant a , x , et y . Le montage est réalisé dans l'air d'indice égal à l'unité.

- De quel type de division interférentielle s'agit-il ? Les interférences sont-elles localisées ?
- Établir (dans le cadre de l'approximation scalaire de l'optique) l'expression de la différence de marche $\delta(M)$. Établir l'expression de l'intensité $I(M)$ au point M en notant I_{Max} l'intensité maximale.

- Q2 - a)** Décrire ce qu'on doit voir sur l'écran dans le cadre de ces hypothèses et exprimer l'interfrange i en fonction de la fréquence d'émission ν , de c et des paramètres géométriques du dispositif.
- b)** Pourquoi, dans ce cadre, peut-on remplacer les deux trous par deux fentes fines identiques parallèles à Oy ? Quel en est l'intérêt ? La figure est-elle transformée si on translate de façon "raisonnable" en bloc les fentes dans leur plan ?

Q3. - La source est en réalité quasi-monochromatique à profil spectral "rectangulaire" de largeur $\Delta\lambda$ autour de λ_0 , avec $\Delta\lambda \ll \lambda_0$. Ce profil spectral, en fonction de la fréquence d'émission, est représenté sur la **figure 2**. On admet que l'intensité émise par une bande spectrale de largeur $d\nu$ autour de ν vaut $dI = J_\nu d\nu$.

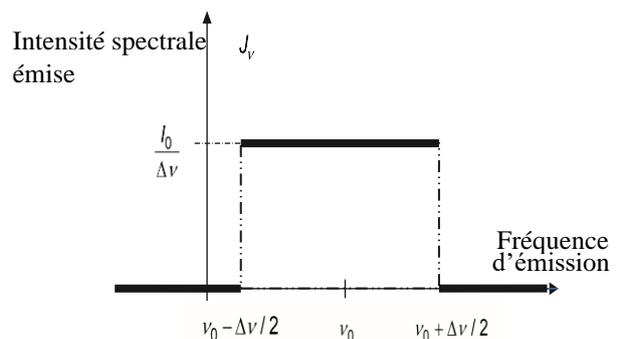


Figure 2 - Profil "rectangulaire" d'une source quasi-monochromatique Par commodité de représentation, l'échelle n'est pas respectée ($\Delta\nu \ll \nu_0$).

- a) Établir l'expression de l'intensité $I(M)$ au point M en notant I_{Max} l'intensité maximale et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme $I(M) = \frac{I_{Max}}{2} \left(1 + V(M) \cos\left(\frac{2\pi x}{i}\right) \right)$

avec i l'interfrange correspondant à la valeur centrale de la raie.

On rappelle que $\sin p - \sin q = 2 \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$

- b) Exprimer la visibilité $V(M)$ correspondante.
- c) Exprimer en fonction de $\Delta\lambda$ et λ_0 la longueur de cohérence L , c'est-à-dire la plus petite valeur de la différence de marche δ à partir de laquelle les franges ne sont plus visibles. Vérifier que ce résultat correspond au critère de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences.
- d) Rappeler l'expression de la durée τ des trains d'onde, ou temps de cohérence.
- e) Justifier pourquoi on définit le nombre de franges visibles $N = \frac{2L}{\lambda_0}$.
- f) Dans le tableau ci-dessous sont indiquées des caractéristiques de sources quasi-monochromatiques. Après l'avoir recopié sur votre copie, le compléter et le commenter.

Source	λ_0 en nm	$\Delta\lambda$ en nm	τ en s	L en m	N
Laser He-Ne	632,991	0,001	?	?	?
Raie rouge de l'hydrogène	656,2	0,1	?	?	?
Lumière blanche filtrée	500	20	?	?	?

Dans la suite, on considère que la source est rigoureusement monochromatique de longueur d'onde λ .

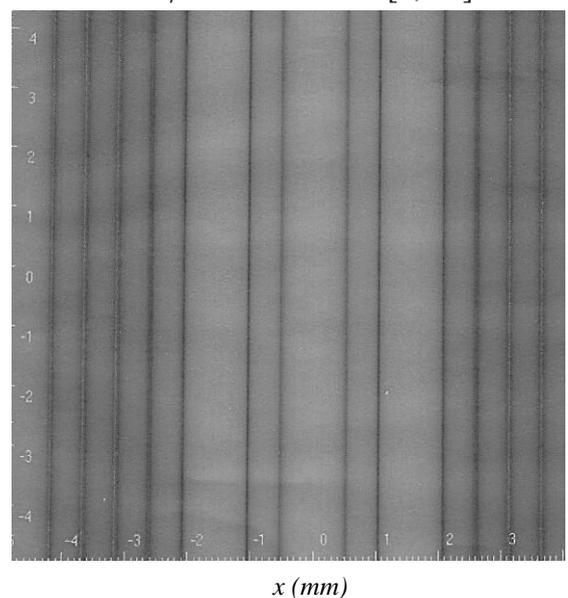
Q4 - Une troisième fente, identique aux deux autres, parallèle à Oy , est placée en $O(0,0,0)$.

Le plan des trois fentes est placé orthogonalement à l'axe de révolution commun de deux lentilles minces convergentes de distance focale $f' = 50 \text{ cm}$. La lumière provient d'une fente source monochromatique, parallèle aux fentes diffractantes, placée au foyer principal objet de la première lentille (lentille d'entrée). L'écran d'observation est confondu avec le plan focal image de la seconde lentille (lentille de sortie), placée en aval du plan percé.

- a) Faire une représentation schématique du montage.
- b) Représenter les cheminements des trois rayons qui interfèrent en un point M de l'écran.
- c) Établir la nouvelle fonction intensité $I(\varphi)$ en posant $\varphi = \pi \frac{ax}{\lambda f'}$. On fera figurer l'intensité I_0 qui correspondrait à celle d'une fente unique identique.
- d) Représenter la fonction intensité $I(\varphi)$ en fonction de la variable φ sur l'intervalle $[0, 4\pi]$.

e) On donne sur la **photo 1** ce qu'on voit sur l'écran pour une lumière monochromatique rouge de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$. À partir de cette **photo 1**, évaluer la distance entre les deux fentes en considérant que seule la zone comprise entre les abscisses $x = 2,1 \text{ mm}$ et $x = -2,1 \text{ mm}$ correspond au calcul de l'intensité tel qu'il a été fait, c'est-à-dire sans tenir compte de la largeur des fentes diffractantes.

Photo 1 - Interférences à 3 fentes
(plateforme.sillages.info)
Les graduations sont en mm



L'expérience "MM" : Michelson et Morley (1887)

Après le succès des théories ondulatoires de Young et de Fresnel, il restait aux physiciens à expliquer la propagation de la lumière. En 1873, Maxwell publie la forme définitive de ses équations de l'électromagnétisme. À l'instar d'une onde mécanique, la lumière est conçue comme la vibration d'un "milieu support" présent partout dans l'univers : **l'éther luminifère**. Puis en 1905, Einstein fonde la théorie de la relativité restreinte sur le principe de relativité (qui énonce que toutes les lois physiques sont invariantes par changement de référentiel galiléen (ou inertiel)) et sur le postulat de l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide : le caractère absolu du temps est remis en question, la transformation de Galilée est remplacée par celle de Lorentz, l'éther luminifère peut enfin être abandonné. La question de son existence restera cependant une des grandes quêtes de la Physique jusque dans les années 1930.

Point de vue général

On souhaite reprendre les raisonnements historiques à propos de l'éther tenus par les physiciens pré-relativistes.

On introduit pour cela le référentiel de l'observateur noté (R_{obs}) et on considère l'éther comme un fluide en mouvement à la vitesse w dans (R_{obs}), ce qui définit le référentiel de l'éther (R_{eth}). La lumière, qui est une oscillation de l'éther, se propage dans celui-ci de manière isotrope : quelle que soit sa direction, le vecteur vitesse de propagation de la lumière dans (R_{eth}), noté c , a pour norme $c = 299\,792\,458\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (valeur qui sera arrondie à $3,0\,10^8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour les applications numériques).

Consigne : en nous plaçant à l'époque des physiciens pré-relativistes, nous utiliserons la transformation galiléenne des vitesses et ferons comme si nous ne savions pas que c est une constante universelle de la Physique.

Le schéma de principe du dispositif que Michelson et Morley utilisèrent en 1887 est représenté en **figure 1**. Il s'agit d'un interféromètre de Michelson réglé au contact optique avec L la longueur commune des bras de l'interféromètre : $L = OH_1 = OH_2$. L'ensemble Séparatrice-Compensatrice est modélisé comme une lame semi-réfléchissante d'épaisseur nulle, placée à 45° du faisceau incident et n'introduisant aucun déphasage supplémentaire sur les trajets lumineux. Les deux faisceaux lumineux obtenus après division d'amplitude suivent des trajets selon les axes Ox et Oy perpendiculaires. On observe les franges d'interférences à l'aide d'un oculaire micrométrique placé à la sortie de l'appareil.

À l'entrée de l'interféromètre, un filtre interférentiel isole la raie H_α du rayonnement solaire. On note ν la fréquence de la lumière monochromatique ainsi obtenue.

Le référentiel d'observation (R_{obs}) est ici le référentiel terrestre dans lequel les miroirs M_1 et M_2 sont immobiles. L'air est assimilé au vide et nous considérerons qu'il n'a aucune influence sur la propagation. En revanche, l'ensemble du dispositif baigne dans l'éther en mouvement à la vitesse $\vec{w} = w\vec{e}_x$ uniforme avec $w > 0$ (mouvement appelé "vent d'éther").

Configuration α : l'interféromètre est positionné de telle sorte que le trajet lumineux sur le bras n° 1 soit colinéaire au vent d'éther. Le bras n° 2 est perpendiculaire à cette direction.

Configuration β : on fait subir à l'ensemble $\mathfrak{S} = \{\text{Source, interféromètre, observateur}\}$ une rotation de 90° autour de l'axe Oz dans le sens horaire, de telle sorte que ce soit le bras n° 2 qui devienne colinéaire au vent d'éther.

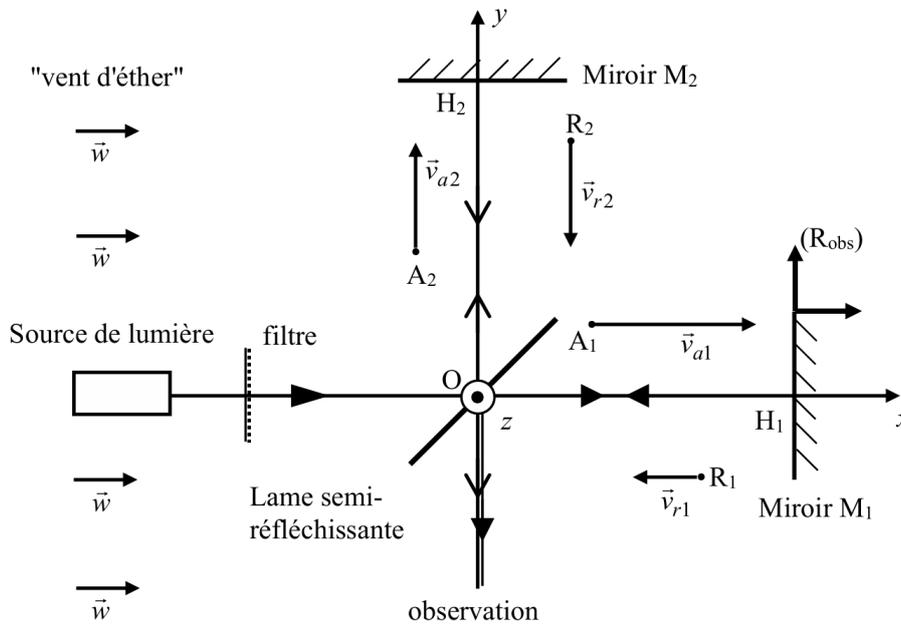


Figure 1 : Schéma de l'interféromètre de Michelson dans la configuration α

L'interféromètre est dans la configuration α (figure 1). On appelle A_1 , un point quelconque entre O et H_1 sur le trajet lumineux aller du bras n° 1 et R_1 un point sur le trajet retour. On note de même A_2 et R_2 deux points entre O et H_2 sur les trajets aller et retour du bras n° 2.

En utilisant l'indice $i = 1$ ou 2 pour indiquer la voie de l'interféromètre et l'indice $\varepsilon = a$ ou r pour indiquer le sens aller ou retour, on note $\vec{v}_{\varepsilon i}$ la vitesse de la lumière dans (R_{obs}) et $\vec{c}_{\varepsilon i}$ sa vitesse dans (R_{eth}) . Par souci de lisibilité les quatre points A_1, A_2, R_1 et R_2 et les vitesses $\vec{v}_{\varepsilon i}$ ont été représentées hors des trajets des rayons lumineux.

Q1 – Reproduire la Figure 1 et la compléter en dessinant les « triangles des vitesses » reliant les vecteurs $\vec{v}_{\varepsilon i}, \vec{c}_{\varepsilon i}$ et \vec{w} aux points A_1, A_2, R_1 et R_2 , en supposant que la loi de composition galiléenne des vitesses s'applique.

Attribuer à chaque expression fournie ci-dessous la norme $v_{\varepsilon i}$ correspondante :

$$c - w ; \quad \sqrt{c^2 - w^2} ; \quad c + w ; \quad \sqrt{c^2 + w^2}$$

Q2 – En déduire l'expression de la différence $\tau(\alpha) = \tau_2(\alpha) - \tau_1(\alpha)$ des durées de parcours de la lumière arrivant à l'oculaire en suivant la voie 1 (respectivement la voie 2) dans la configuration α .

Faire un développement limité de $\tau(\alpha)$ à l'ordre de 2 en $\frac{w}{c}$.

Donner alors l'expression de l'ordre d'interférence $p(\alpha)$ en fonction de la fréquence ν, L, c et du rapport $\frac{w}{c}$.

Q3 – Avec le moins possible de calculs, donner de même les expressions :

- de la différence $\tau(\beta) = \tau_2(\beta) - \tau_1(\beta)$ des durées de parcours de la lumière arrivant à l'oculaire en suivant la voie 1 (respectivement la voie 2) dans la configuration β ;

- de l'ordre d'interférence $p(\beta)$ en fonction de la fréquence ν, L, c et du rapport $\frac{w}{c}$.

Q4 – Soit $\Delta p = p(\beta) - p(\alpha)$ la variation d'ordre d'interférence produite lors du passage de l'interféromètre de la configuration α à la configuration β . Montrer que $\Delta p = 2L \frac{\nu}{c} \left(\frac{w}{c}\right)^2$.

Q5 - De manière à visualiser un petit nombre de franges d'interférence à l'oculaire micrométrique, on règle l'interféromètre en coin d'air à partir de la configuration α en opérant une toute petite rotation du miroir M_1 autour de son diamètre H_{1z} . La figure d'interférences se présente alors comme un ensemble de franges rectilignes parallèles équidistantes d'interfrange i .

En supposant la variation Δp de l'ordre d'interférence obtenue en Q4 inchangée par ce nouveau réglage, indiquer quelle modification de la figure d'interférences est attendue lors du passage de la configuration α à la configuration β . Exprimer cette modification à l'aide de Δp et i .

Q6 - En faisant l'hypothèse d'un éther immobile dans le référentiel héliocentrique et ne subissant aucun effet d'entraînement par l'atmosphère terrestre, Michelson et Morley comptaient observer cette modification avec une vitesse de vent d'éther de norme $w = 30,0 \text{ km.s}^{-1}$ environ.

a) Rappeler la définition du référentiel héliocentrique.

b) Énoncer, sans les démontrer, les trois lois de Kepler pour une planète autour du Soleil.

c) Expliquer à quelle caractéristique terrestre correspond la valeur $w = 30,0 \text{ km.s}^{-1}$ escomptée par Michelson et Morley. Retrouver cette valeur à partir de G (constante de Newton), M_S (masse du Soleil) et T_{an} (durée de l'année terrestre).

Faire l'application numérique avec $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.kg}^{-2}.\text{m}^2$, $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ et $T_{an} = 365,25 \text{ jours}$.

Q7 - Pour passer de la configuration α à la configuration β , Michelson et Morley avaient monté leur interféromètre sur une table en granit posée au-dessus d'un flotteur en bois sur un bain de mercure, ce qui leur permettait d'opérer une rotation de l'ensemble en toute simplicité (**photo1**).

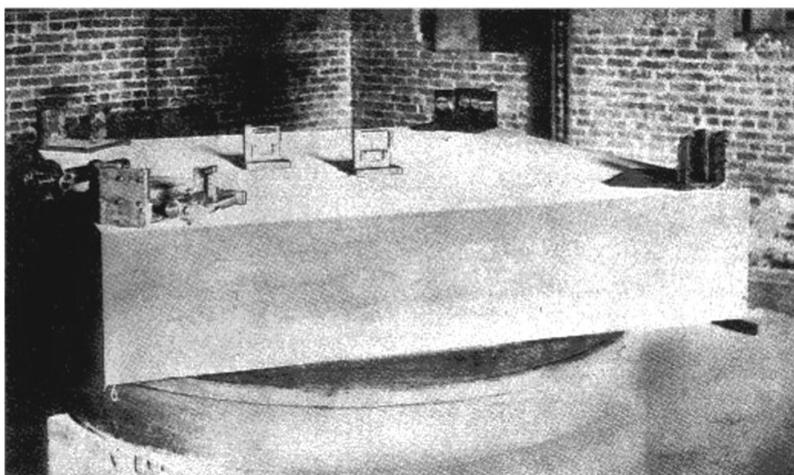


Photo 1 - L'interféromètre utilisé par Michelson et Morley en 1887

(source : http://ondes-relativite.info/DominiqueCabala/chap4_histo.htm)

Une grande longueur des bras de l'interféromètre (obtenue par un rallongement des trajets à l'aide de plusieurs jeux de miroirs) et un oculaire micrométrique avaient été prévus afin d'assurer une détection confortable des modifications attendues de la figure d'interférences. La sensibilité du dispositif était de l'ordre du centième d'interfrange.

Avec $w = 30,0 \text{ km.s}^{-1}$, $L = 11,2 \text{ m}$ et $\nu = 4,57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, donner la valeur numérique de Δp , variation de l'ordre d'interférence escomptée par Michelson et Morley, exprimée en Q4. Commenter.

Q8 - Donner une estimation numérique de la vitesse d'éther minimale que le dispositif permettait de mesurer a priori.

Le résultat négatif de l'expérience de Michelson et Morley a révélé la mise en défaut de la transformation de Galilée. Cette dernière conduit également à des lois erronées de changement de référentiel pour le champ électromagnétique.

En 1924, la théorie de la relativité restreinte a presque vingt ans, mais les physiciens n'ont toujours pas tranché définitivement la question de l'éther, surtout qu'en 1913, un jeune physicien français, Georges Sagnac, découvre un effet qui va relancer le débat : en faisant circuler sur un même trajet fermé, mais en sens inverse, deux rayons lumineux émis à partir d'une source, Sagnac mesure un décalage des franges d'interférences lorsque le plateau sur lequel repose l'ensemble du dispositif est mis en rotation à la vitesse de quelques tours par seconde. Le décalage mesuré est proportionnel à la vitesse angulaire du plateau et à l'aire de la boucle suivie par la lumière. Cet effet, qui semble révéler une anisotropie de la vitesse de la lumière dans un référentiel en rotation, serait-il la preuve tant attendue de l'existence de l'éther ? Michelson, Gale et Pearson mettent alors sur pied une version modifiée de l'expérience de 1887 dans le but de tester les deux théories (éther luminifère et relativité restreinte) en mesurant l'effet Sagnac dû à la rotation de la Terre. Cette rotation étant bien plus lente que la rotation du plateau utilisé par Sagnac, il fallait construire un interféromètre aux dimensions "gigantesques". La partie suivante traite de cette expérience « hors normes ».

L'expérience "M-G-P" : Michelson-Gale-Pearson (1924), ou de la mesure de l'effet Sagnac à l'échelle de la Terre

La Terre est supposée sphérique de rayon R_T et animée d'un mouvement de rotation uniforme d'Ouest en Est autour de l'axe des pôles à la vitesse angulaire $\vec{\Omega}_T$.

Seul l'hémisphère nord a été représenté en **figure 2**. Un point quelconque sur cet hémisphère est repéré par ses coordonnées géographiques :

- latitude φ ($0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$) comptée à partir de l'équateur vers le Nord
- longitude θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) comptée à partir du méridien de Greenwich vers l'Ouest.

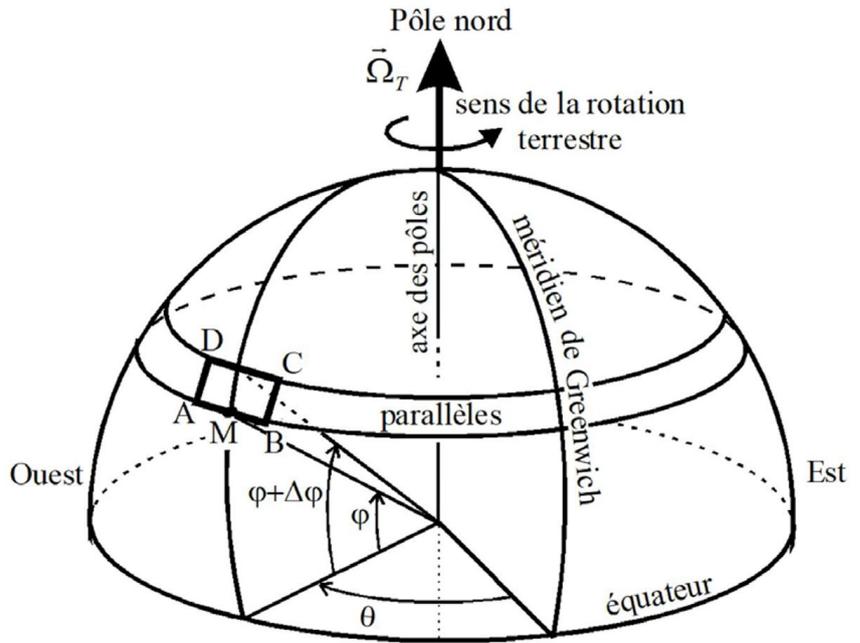


Figure 2 : Coordonnées géographiques d'un point M dans l'hémisphère nord et interféromètre de Michelson-Gale-Pearson à boucle rectangulaires ABCD

Q9 – Rappeler la définition du référentiel géocentrique (R_g). Quel est le mouvement de la Terre dans (R_g). Relier la norme Ω_T du vecteur $\vec{\Omega}_T$ à la durée T_j du jour terrestre.

Dans cette partie, on fait l'hypothèse d'un éther immobile dans (R_g) et on étudie les effets du "vent d'éther" dus à la rotation terrestre.

Q10 - Dans quelle direction et dans quel sens "souffle le vent d'éther" pour un observateur terrestre ? On note $\vec{w}(\varphi) = w(\varphi)\vec{e}$ la vitesse du vent d'éther à la latitude φ , avec \vec{e} le vecteur unitaire adéquat pour que $w(\varphi)$ soit positive. Exprimer $w(\varphi)$ en fonction de R_T , Ω_T et φ .

La **figure 3** représente schématiquement le dispositif de Michelson-Gale-Pearson utilisé en 1924.

Il s'agit d'un interféromètre à boucle rectangulaire, de largeur

$Y = AD = BC = 339 \text{ m}$
et de longueur
 $X = AB = DC = 612 \text{ m}$
installé sur un vaste champ à Clearing, en Illinois.

Les côtés longs, AB et DC, de ce rectangle sont dirigés d'Ouest en Est, en suivant deux parallèles de latitudes respectives φ et $\varphi + \Delta\varphi$ (**figure 2**).

Les petits côtés AD et BC qui complètent le rectangle occupent la direction Sud-Nord locale. Cette "piste" rectangulaire était conçue à partir de tubes en fonte hermétiquement liés, dans lesquels un dispositif de

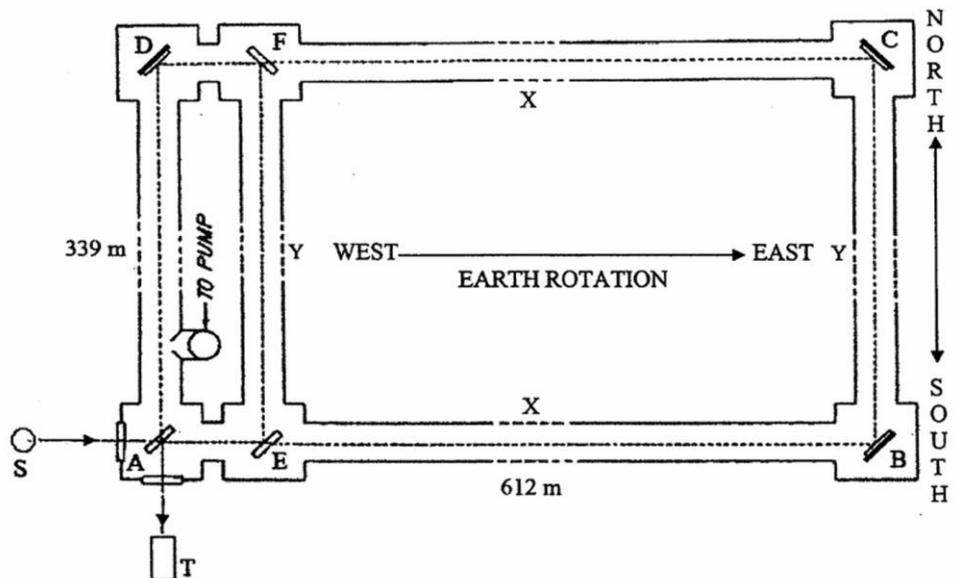


Figure 3 : Schéma de l'interféromètre utilisé dans l'expérience de Michelson-Gale-Pearson

pompage avait été prévu pour assurer un vide de bonne qualité. La photo 2 montre à quoi ressemblait l'installation de la plus extraordinaire expérience d'interférométrie jamais réalisée *jusqu'alors*.



Photo 2 : L'installation de Michelson-Gale-Pearson à l'hiver 1924 dans un vaste champ à Clearing, en Illinois

On peut remarquer dans la partie gauche de la **figure 3** un tube supplémentaire EF, formant avec AD une boucle rectangulaire Aefd d'aire beaucoup plus petite que le rectangle principal ABCD. Nous évoquerons plus loin le rôle de ce rectangle secondaire. Aux sommets A, E et F, sont placées des lames semi-réfléchissantes orientées à 45° par rapport aux côtés et en B, C et D se trouvent trois miroirs plans également inclinés à 45° afin d'assurer des trajets lumineux parallèles aux axes de symétrie des tubes. Pour simplifier l'étude, on considèrera que les lames ont toutes une épaisseur nulle. Un rayon de lumière issu d'une source S est divisé en deux rayons, l'un transmis et l'autre réfléchi par la lame A. Les deux rayons de lumière sont ainsi injectés en sens inverse le long du rectangle ABCD, en se réfléchissant sur les miroirs aux coins B, C et D, pour revenir sur la lame A et finalement interférer dans le plan focal image de l'objectif d'un télescope T.

Q11 – a) On note τ_0 la durée que met la lumière à parcourir la distance cumulée $2Y$ entre les deux latitudes φ et $\varphi + \Delta\varphi$ (il est inutile de chercher à déterminer sa valeur).

À l'aide de deux lois de composition galiléenne des vitesses aux latitudes φ et $\varphi + \Delta\varphi$, exprimer en fonction de τ_0 , c , X et des composantes de vitesse du vent d'éther $w(\varphi)$ et $w(\varphi + \Delta\varphi)$, la durée de parcours τ_1 de la lumière dans son trajet ABCDA.

b) Faire le développement limité de τ_1 à l'ordre 1 en $\frac{w(\varphi)}{c}$ et en $\frac{w(\varphi + \Delta\varphi)}{c}$, puis à l'ordre 1 en $\Delta\varphi$ (on rappelle que $w(\varphi + \Delta\varphi) \approx w(\varphi) + w'(\varphi)\Delta\varphi$ où $w'(\varphi)$ désigne la dérivée de $w(\varphi)$). En faisant apparaître Y , établir que la durée τ_1 peut s'écrire sous la forme $\tau_1 = \tau_0 + \frac{2X}{c} + \frac{\Omega_T X}{c^2} f(Y, \varphi)$ dans laquelle on explicitera $f(Y, \varphi)$.

c) Exprimer de même la durée de parcours τ_2 de la lumière en effectuant le trajet ADCBA en fonction de τ_0 , c , X , $w(\varphi)$ et $w(\varphi + \Delta\varphi)$, puis établir à l'aide d'un minimum de calcul que cette expression prend la forme analogue à celle de la question précédente : $\tau_2 = \tau_0 + \frac{2X}{c} - \frac{\Omega_T X}{c^2} f(Y, \varphi)$

Q12 – On suppose la lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 . On note $\Omega_n = \Omega_T \sin \varphi$ la composante du vecteur $\vec{\Omega}_T$ sur la direction de la normale au plan ABCD orientée vers le ciel (zénith local) et $S = XY$ l'aire du rectangle ABCD délimité par le trajet lumineux. Etablir que le déphasage $\Delta\Phi$ entre les deux rayons lumineux à leur arrivée en A est $\Delta\Phi = \frac{4\pi}{\lambda_0 c} S \Omega_n$.

Q13 - Quel est l'ordre d'interférence p correspondant ?

Q14 - Dans l'expérience de Sagnac, un décalage des franges (donc une variation Δp de l'ordre d'interférence) est observé par rapport à la situation où le plateau est immobile. Quelle est la difficulté de la mesure d'une variation Δp dans le cas de la Terre sur le même principe ? Expliquer le rôle du rectangle Aefd, d'aire beaucoup plus petite que S.

Q15 – On donne $\varphi = 41^\circ 48' N$, $\lambda_0 = 0,500 \mu m$ et $\Omega_T = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$. Calculer Δp .

L'expérience de 1924 a donné $(\Delta p)_{\text{exp}} = 0,26$ L'effet Sagnac dû à la rotation de la Terre existe donc bel et bien, mais seule la relativité peut en donner le calcul exact.

Mesures interférométriques d'épaisseur

A – Contrôle d'épaisseur d'un dépôt métallique

On éclaire une lame de verre semi-réfléchissante, supposée infiniment fine, et formant un angle $\varepsilon = 0,1^\circ$ avec une plaque réfléchissante totalement la lumière sur laquelle le dépôt métallique a été effectué. L'éclairement est assuré par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$.

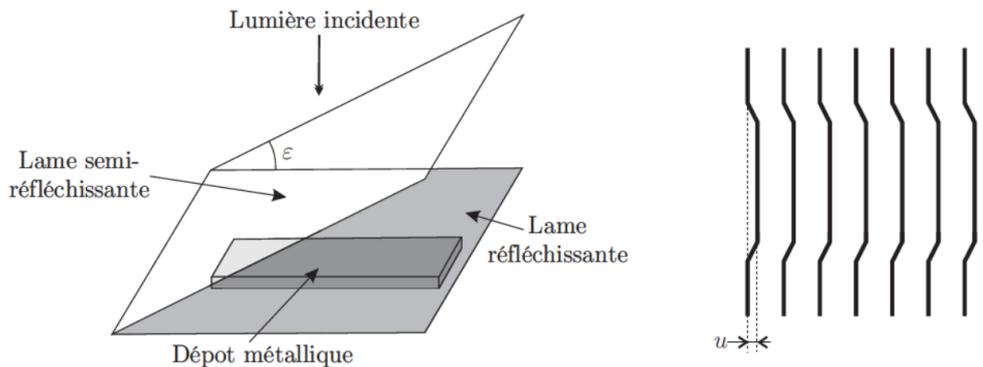


Figure 1 : Dispositif optique et franges observées sur l'écran

L'incidence est quasi normale. Le dépôt est assimilable à un parallélépipède métallique opaque d'épaisseur constante posé au contact de la lame réfléchissante. L'ensemble est représenté sur la partie gauche de la figure 1.

Au voisinage des lames, on observe des franges non rectilignes, on dit qu'elles sont « déchirées ». Ces franges sont observées sur un écran placé à 50 cm d'une lentille convergente de distance focale $f' = 4,0 \text{ cm}$. Elles sont représentées sur la partie droite de la figure 1.

On admet que la différence de marche introduite par ce coin d'air en un point M de la surface de localisation des franges, situé à une distance x de l'arête commune des deux lames est $\delta(M) \approx \pm 2n\epsilon x$ avec $n = 1$.

1 – Déterminer l'expression de l'interfrange d_i observée sur l'écran dans la zone où le dépôt est absent. On exprimera d_i en fonction de λ_0 , ε et du grandissement γ de la lentille et on calculera sa valeur numérique.

2 – Expliquer ce que l'on observe sur l'écran (présence du décroché) et montrer que l'épaisseur e du dépôt métallique dépend de la valeur u du décroché mesurée sur l'écran. On explicitera la relation entre e , u et d'autres paramètres utiles de l'expérience. On mesure $u = 0,59 \text{ mm}$ sur l'écran, quelle est la valeur numérique de l'épaisseur du dépôt ? On commentera le résultat.

3 – Qu'observe-t-on sur l'écran si on remplace l'air par de l'eau dans la même expérience ? Préciser, en le justifiant, ce qui est modifié et ce qui ne l'est pas.

4 – Qu'observe-t-on sur l'écran si l'on augmente l'angle ε . Préciser, en le justifiant, ce qui est modifié et ce qui ne l'est pas.

B – Mesure de l'épaisseur d'une la pièce transparente

La pièce transparente dont on veut déterminer l'épaisseur L est une lame de verre homogène. On utilise un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air et éclairé par une lampe à vapeur de sodium dont on a isolé le doublet jaune de longueur d'onde moyenne $\lambda_m = 589,3 \text{ nm}$. On considère dans un premier temps cette source comme monochromatique. Il est configuré pour l'observation d'anneaux d'égale inclinaison. On se place au contact optique. On introduit la lame à mesurer devant le miroir mobile M_2 , à son contact. On translate M_2 en l'éloignant de la lame. Des anneaux finissent par être visibles. On continue de charioter de façon à retrouver une teinte plate (à ne pas confondre avec une anti-coïncidence), et l'on note la position du chariot. Soit d la distance de chariotage depuis le contact optique. A la longueur d'onde moyenne du doublet jaune du sodium, le verre possède un indice $n = 1,517$. L'indice de l'air sera pris égal à 1.

5 – On note i l'incidence, par rapport à la normale de la lame, du rayon lumineux et r son angle de réfraction dans la lame de verre. Montrer que la différence de marche entre deux rayons peut s'écrire

$\delta = 2A \cos i + 2B \cos r$ où l'on exprimera A et B en fonction de L , d et n . A quel endroit l'observation se fait-elle ?

6 – En prenant en compte le fait que r et i de petits angles, montrer que lorsque l'on retrouve une teinte plate il est possible d'exprimer l'épaisseur L en fonction de d et n .

La source n'est plus considérée comme monochromatique. Pour obtenir les valeurs du doublet du sodium $\lambda_1 = \lambda_m - \frac{1}{2} \Delta\lambda$ et $\lambda_2 = \lambda_m + \frac{1}{2} \Delta\lambda$, on cherche les positions du brouillage lorsque la lame de verre n'est plus là. On supposera que $\lambda_m \gg \Delta\lambda$. On part du contact optique et on translate le chariot mobile. Une première anti-coïncidence observée au centre de la figure d'interférences correspond à la division $e_1 = 9,69 \text{ mm}$ pour la position du chariot. La onzième anti-coïncidence correspond à la division $e_{11} = 12,61 \text{ mm}$.

7 – Exprimer la différence $\Delta\lambda$ entre les deux longueurs d'onde de la raie double du sodium en fonction de e_1 , e_{11} et λ_m . Effectuer l'application numérique.

C – Mesure de l'épaisseur d'une lame de savon

Le but de cette partie est de quantifier, par l'étude de la figure d'interférence à la surface d'une lame de savon, l'écart que présente celle-ci à un écoulement rigoureusement plan. On procédera par analogie avec la figure d'interférence obtenue à l'aide d'un interféromètre Michelson réglé en coin d'air.

On considère un interféromètre de Michelson dans lequel l'ensemble {lame séparatrice + compensatrice} est assimilé à une unique lame semi-réfléchissante d'épaisseur négligeable. On la note par la suite lame séparatrice (L). L'interféromètre, éclairé par une source étendue monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 est réglé comme schématisé sur la **figure 2** : les deux bras sont dissymétriques du fait de la position relative des miroirs : M_1 est parallèle à (J, x) et M_2 est parallèle à (J, y) mais ils ne sont pas à égale distance de J . On considère que les deux ondes qui émergent de l'interféromètre vers l'espace d'observation ont le même éclairement I_0 .

8 - Sur la **figure A** du document réponse, à rendre avec la copie, tracer avec soin les deux rayons issus du rayon incident qui émergent de l'interféromètre réglé en « lame d'air » dans l'espace d'observation. Sur le même schéma, dans l'espace réservé à cet effet, montrer graphiquement que l'on peut considérer que ces deux rayons sont issus d'une « lame d'air » d'épaisseur e que l'on représentera. On supposera que l'indice de l'air est égal à 1 .

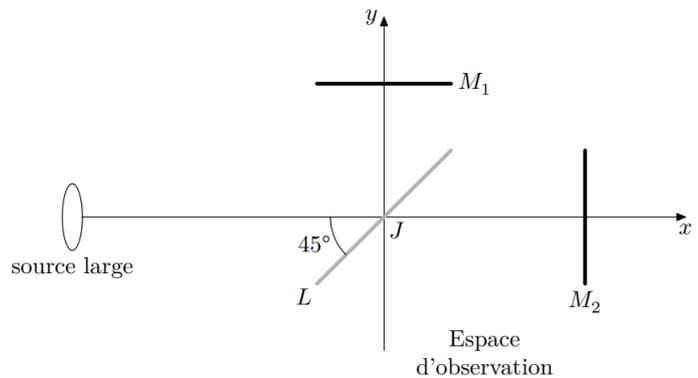
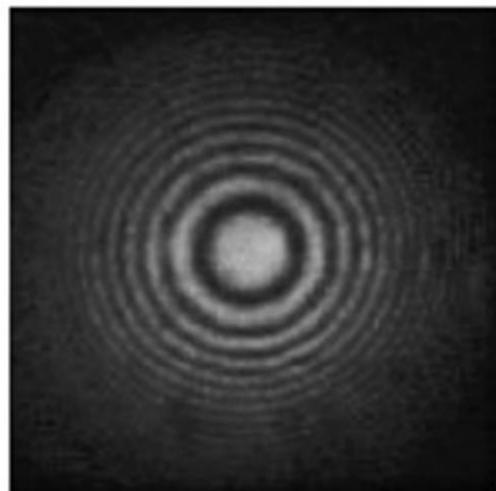


Figure 2 : Schéma de l'interféromètre éclairé par une source étendue.

9 - Établir la différence de marche introduite par le système en fonction de l'angle d'incidence θ sur cette lame et de son épaisseur e .

10 - Où est localisée la figure d'interférence ? Comment l'observer dans de bonnes conditions si l'on dispose d'un jeu complet de lentilles convergentes de distances focales comprises entre 20 cm et 1 m ? Un schéma clair de la situation expérimentale correspondante est attendu.

11 - Montrer que la figure d'interférence est formée d'anneaux d'égale inclinaison (justifier ce terme). On observe sur l'écran la figure d'interférence présentée **figure 3**.



On souhaite maintenant régler l'appareil au contact **Figure 3 : Figure d'interférence : anneaux d'égalé inclinaison**

12 - Décrire l'opération : faut-il tourner ou translater un miroir ? Comment savoir dans quel sens ? Décrire l'évolution de la figure d'interférence au cours de l'opération. Quel est l'aspect de l'éclairement sur l'écran une fois ce réglage réalisé ?

13 - Partant de cette situation on incline un des miroirs d'un petit angle α pour former un coin d'air. On éclaire le système en incidence quasi-normale de telle sorte que l'on observe des franges d'interférences rectilignes parallèles entre elles. Où sont-elles localisées ? Préciser les conditions de leur observation.

14 - On admet que la différence de marche introduite par le coin d'air en un point M de la surface de localisation situé à une distance x de l'arête commune des deux miroirs est $\delta(M) \approx \pm 2n\alpha x$ avec $n = 1$. Déterminer l'interfrange i sur la surface de localisation, en fonction de α et λ_0 . Comment évolue la figure d'interférence si l'angle α varie ?

Une lame de savon est constituée d'une mince couche d'eau entourée de part et d'autre par une couche de savon. Cette configuration est due aux tensio-actifs contenus dans le savon. Ces molécules sont constituées de deux parties distinctes : une tête hydrophile, généralement ionique, et une queue hydrophobe, généralement constituée d'une chaîne carbonée (**figure 4**).

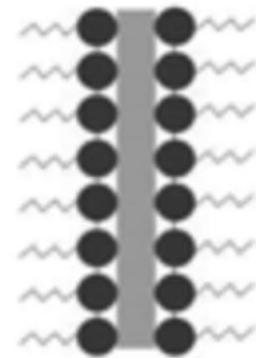


Figure 4

Cette propriété amène ainsi les tensio-actifs à se concentrer et à se fixer les uns aux autres aux interfaces entre l'eau et l'air. En éclairage monochromatique, cette lame fait apparaître des franges d'interférence (**figure 5**), dont l'interfrange diminue vers le bas de la lame. Ces franges sont liées à un phénomène d'interférence se produisant sur une couche mince. On suppose ici que l'indice de cette fine couche est $n \approx 1,4$. L'épaisseur de cette couche est variable de haut en bas sans dépasser une épaisseur maximum d'environ $1 \mu m$. La masse volumique et la viscosité du liquide savonneux sont pris égaux à ceux de l'eau.

Franges d'égalé épaisseur d'interfrange décroissante

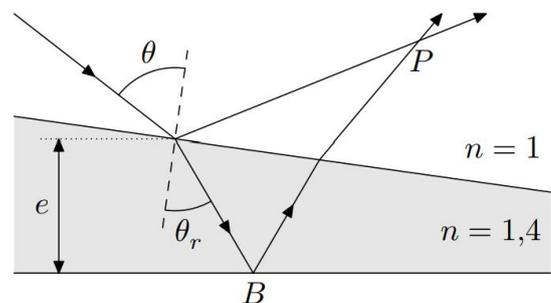


Figure 5 : Interférences sur le film (à gauche) et modélisation des rayons lumineux (à droite)

Le trajet d'un rayon lumineux arrivant sous incidence θ sur une lame d'indice n et d'épaisseur locale e , doit tenir compte du phénomène de réfraction à l'intérieur de la lame. On note θ_r l'angle de réfraction et θ l'angle d'incidence. Une division d'amplitude se produit sur la face avant, suivie d'une réflexion sur la face arrière, produisant deux rayons réfléchis par la lame qui interfèrent au point P . On admet que la réflexion sur un milieu plus réfringent s'accompagne d'un déphasage de π .

15 - Justifier succinctement qu'en incidence quasi-normale, le déphasage entre les deux ondes qui interfèrent peut s'écrire $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(2ne + \frac{\lambda_0}{2} \right)$. En l'absence de perturbation extérieures (telles que celles qui seront abordées par la suite) la lame n'est le siège que de son écoulement gravitaire (du haut vers le bas sous l'effet de la gravité). Dans le cadre d'un modèle simplifié, dit d'interface sans interaction, la pression P au sein du fluide en écoulement gravitaire entre l'interface de tensioactifs est supposée uniforme. Le

phénomène de drainage des tensioactifs est alors négligé. L'axe (Oz) sera pris vertical ascendant. La **figure 6** présente la figure d'interférence observée sur un film de savon, ainsi que les notations introduites.

On note $H = 5,0 \text{ cm}$ la hauteur de la lame de savon. On note $e(z, t)$ l'épaisseur de la lame, dans la direction (Oy), à l'altitude z et à l'instant t . Du fait de l'écoulement de drainage gravitaire, cette épaisseur varie au cours du temps à z fixé et à t fixé elle augmente vers le bas.

16 - Compte tenu de la topographie des franges observées sur la **figure 6**, discuter qualitativement l'écart du profil de la lame à une portion de coin d'angle constant, induit par son drainage gravitaire. Afin d'interpréter ces différences, une modélisation de mécanique des fluides, non détaillée ici, aboutit à l'expression suivante pour l'épaisseur e de la lame en fonction de z et du temps :

$$e(z, t) = \sqrt{\frac{2\eta(H - z)}{\rho g t}}$$

17 - Discuter qualitativement la validité de cette expression en regard de la **figure 6**.

Pour aller plus loin dans la caractérisation de la variation de l'épaisseur de la lame, on se propose d'effectuer une approche semi-empirique de la loi de variation de l'épaisseur de la lame. On se place à t fixé et on suppose une loi de puissance semi-empirique de la forme

$$e(z, t) = K(H - z)^\beta$$

où β et K sont des constantes. On relève pour cela expérimentalement la position des premières franges brillantes. Le **tableau 1** présente les résultats obtenus en indiquant la position z de ces franges, pour un éclairage monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ et un film de savon d'indice optique $n = 1,4$.

Numéro de la frange brillante	1	2	3	4	5	6	7	8
Position z (cm)	4,5	4,1	3,7	3,4	3,2	3,0	2,8	2,6

Tableau 1

18 - Compte tenu de ces valeurs numériques, analyser graphiquement, à l'aide du support millimétré fourni en figure B du document réponse, si cette loi semi-empirique est conforme aux observations. Si c'est le cas, donner la valeur numérique de β .

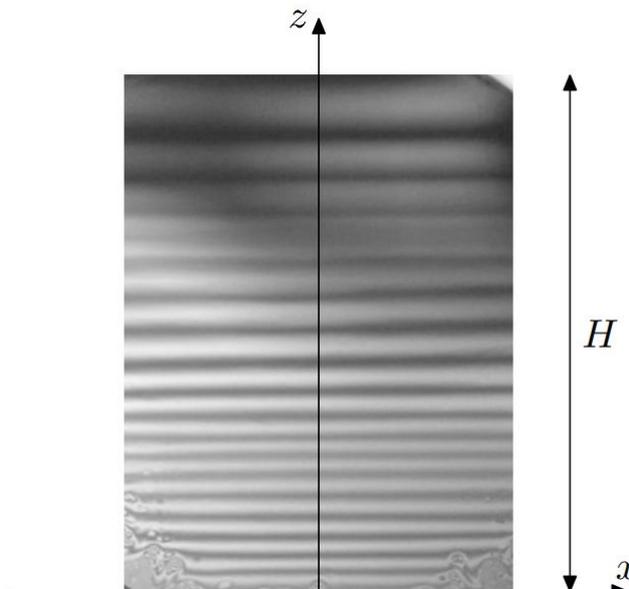


Figure 6 : Vue de face de la lame de savon



NOM :

Lame d'air équivalente

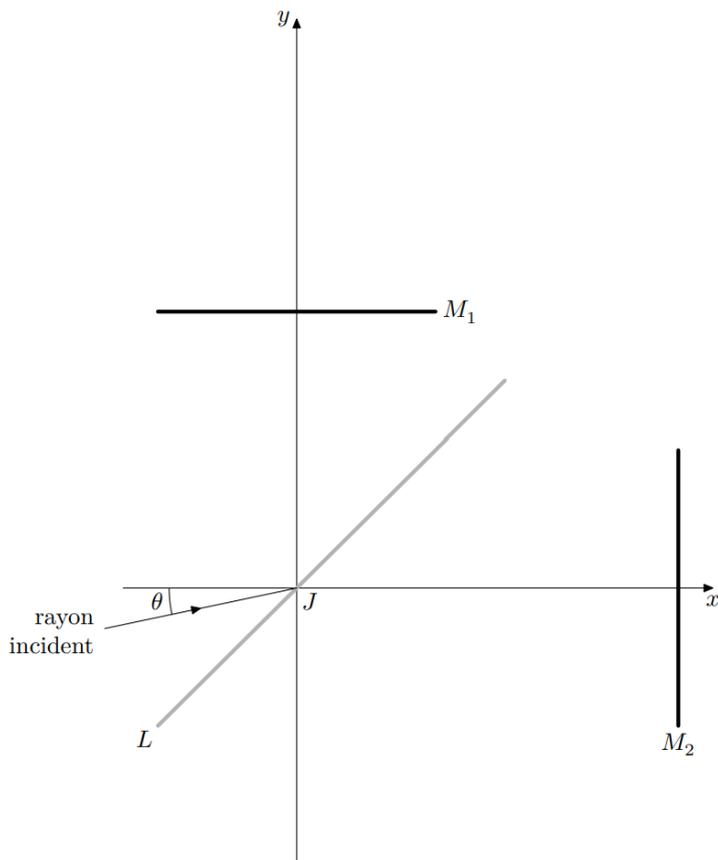


Figure A