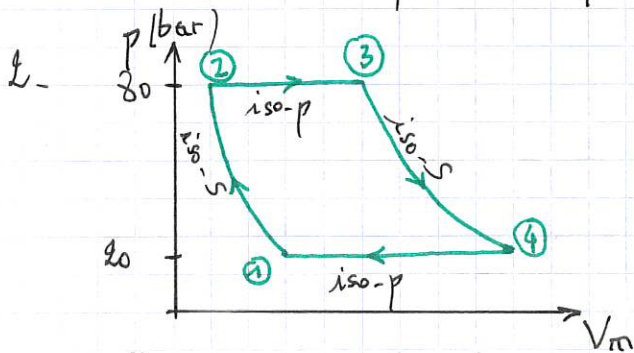


11

CYCLE DE BRAYTON
DANS LES CENTRALES NUCLEAIRES DE 4^e GENERATION
(CCP-MP-2012)

1. - * ① → ② : Transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait
où $\gamma = \text{cte}$
↳ loi de Laplace : $p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

* ③ → ④ : idem, avec $p_3 = p_2$ car ② → ③ isobare
et $p_4 = p_1$ car ④ → ① isobare
loi de Laplace : $p_2^{1-\gamma} T_3^\gamma = p_1^{1-\gamma} T_4^\gamma \Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$



A.N: $T_2 = 522 \text{ K}$
 $T_4 = 747 \text{ K}$

3. - * 1^{er} principe appliqué au gaz au cours d'une transformation adiabatique : $\Delta U = W$

* 1^{re} loi de Joule vérifiée par les gaz parfaits : $\Delta U = n C_{v,m} \Delta T$

⇒ $W_{12} = \frac{3}{2} R (T_2 - T_1)$; $W_{34} = \frac{3}{2} R (T_4 - T_3)$ ($n = 1 \text{ mole}$ in)

A.N: $W_{12} = 2,77 \text{ kJ}$; $W_{34} = -6,90 \text{ kJ}$

4. - * Pour une transformation isobare : $\Delta H = Q$

* 2^e loi de Joule vérifiée par les gaz parfaits : $\Delta H = n C_{p,m} \Delta T$

⇒ $Q_{23} = \frac{5}{2} R (T_3 - T_2)$; $Q_{41} = \frac{5}{2} R (T_1 - T_4)$ ($n = 1 \text{ mole in}$)

A.N: $Q_{23} = 16,2 \text{ kJ}$; $Q_{41} = -9,98 \text{ kJ}$

5. - Efficacité du cycle moteur (rendement) : $e = - \frac{W_{12} + W_{34}}{Q_{23}}$

$e = - \frac{3}{5} \frac{T_2 - T_1 + T_4 - T_3}{T_3 - T_2} = \frac{1}{\gamma} \left(1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \right)$

$e = \frac{1}{\gamma} \left(1 - \frac{T_3 r_p^{-\frac{1}{\gamma}} - T_2 r_p^{-\frac{1}{\gamma}}}{T_3 - T_2} \right) \Rightarrow e = \frac{1}{\gamma} \left(1 - r_p^{-\frac{1}{\gamma}} \right)$

6. - $e = 0,26$

Rendement de Carnot: $\epsilon_c = 1 - \frac{T_1}{T_3}$ A.N.: $\epsilon_c = 0,77$

$\epsilon < \epsilon_c$ conformément au second principe de la thermodynamique.

$$7. W = W_{12} + W_{34} = \frac{3}{2} R (T_2 - T_1 + T_4 - T_3) = \frac{3}{2} R (T_1 (\lambda_p^\beta - 1) + T_3 (\lambda_p^{-\beta} - 1))$$

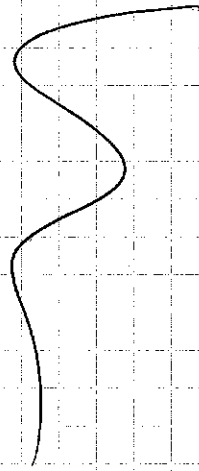
$$W = \frac{3}{2} R [T_1 (\lambda_p^\beta - 1) + T_3 (\lambda_p^{-\beta} - 1)]$$

$$8. \frac{dW}{d\lambda_p} = \frac{3}{2} R \beta [T_1 \lambda_p^{\beta-1} - T_3 \lambda_p^{-\beta-1}] = \frac{3}{2} R \beta \lambda_p^{\beta-1} [T_1 - T_3 \lambda_p^{-2\beta}]$$

s'annule pour $\lambda_p = \lambda_{pm} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{1/2\beta}$

A.N.: $\lambda_{pm} = 6,25$; $\epsilon = 0,31$

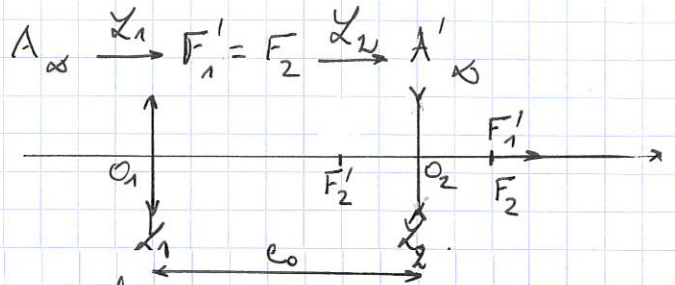
L'efficacité du cycle est plus élevée avec ce rapport de compression maximisant le travail fourni.



PÉRISCOPE (ENAC - 2024)

1. Système afocal $\{L_1, L_2\}$:

(A) $\Rightarrow e_0 = f'_1 - f'_2$



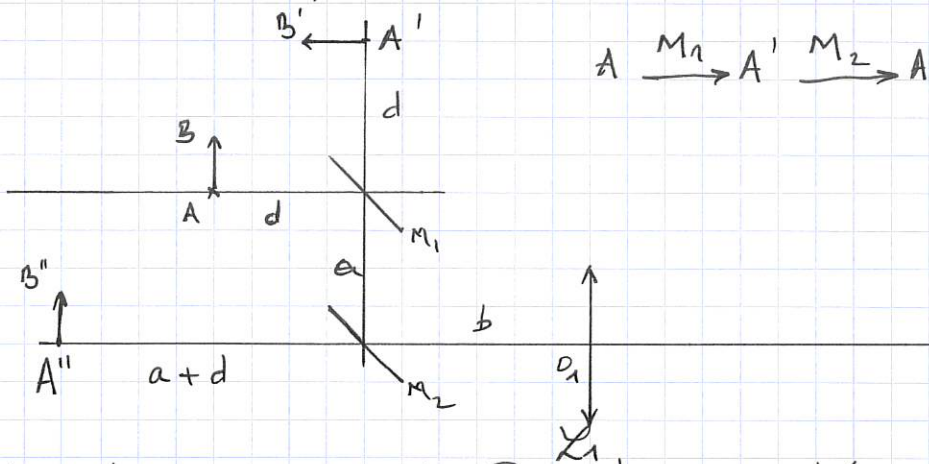
Pour obtenir une image finale réelle il faudrait que A_1 soit située entre O_2 et F_2 . Or, si $e < e_0$, ce n'est pas le cas.

$A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A'$

(B) L'image finale est virtuelle.

(C) L'œil peut observer une image nette à travers S_p (si la distance entre cette image et l'œil est au delà du pointum proximum.)

3.



$A \xrightarrow{M_1} A' \xrightarrow{M_2} A'' \xrightarrow{L_1} A_1$

Relation de conjugaison de Descartes pour L_1 : $\frac{1}{p'_1} - \frac{1}{O_1 A''} = \frac{1}{f'_1}$
où $\overline{O_1 A''} = -(a+b+d)$

$\Rightarrow p'_1 = \frac{f'_1 \overline{O_1 A''}}{f'_1 + \overline{O_1 A''}} \Rightarrow p'_1 = -\frac{f'_1 (a+b+d)}{f'_1 - (a+b+d)}$

(A)

NB: $\lim_{d \rightarrow \infty} p'_1 = f'_1$ est vérifié par toutes les solutions proposées.

4. Relation de grandissement de Descartes: $\overline{A_1 B_1} = \frac{\overline{O_1 A_1}}{\overline{O_1 A''}} \overline{AB} = \frac{p'_1}{-(a+b+d)} \overline{AB}$

$\Rightarrow \overline{A_1 B_1} = \frac{f'_1}{f'_1 - (a+b+d)} \overline{AB}$

(D)

5.

(B)

(D)



$\theta \approx \frac{A_2 B_2}{d_m} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ rad.}$

$\theta \neq 0$ donc image étendue

1.

2.

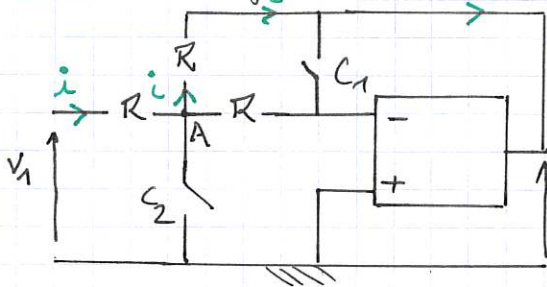
3.

4.

FILTRE DU SECOND ORDRE

(Ecole de l'air 1999)

1. Basses fréquences :



$$V_2 = V_A - Ri$$

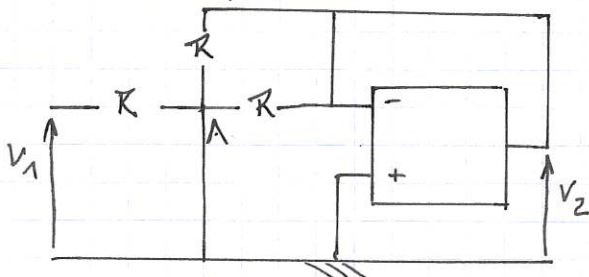
Or $V_A = V_-$ car pas de chute de tension aux bornes de R entre A et (-).

$$\text{Or } V_- = V_+$$

$$\text{Or } V_+ = 0$$

Donc $V_2 = -Ri$; de plus $V_1 = V_A + Ri = Ri \Rightarrow \underline{V_2 = -V_1}$

Hauts fréquences :



$$V_2 = V_-$$

$$\text{Or } V_- = V_+$$

$$\text{Or } V_+ = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} V_2 = V_- \\ \text{Or } V_- = V_+ \\ \text{Or } V_+ = 0 \end{array} \right\} \underline{V_2 = 0}$$

On peut donc considérer qu'il s'agit d'un filtre passé bas.

2. A l'aide du théorème de Millman en A (HORS PROGRAMME)

$$V_A = \frac{V_1/R + V_2/R + V_-/R}{3/R + jC_2\omega}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Or } V_- = V_+ \\ V_+ = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow V_- = 0$$

De même à l'entrée inverseuse : $V_- = \frac{V_A/R + V_2 jC_1\omega}{1/R + jC_1\omega}$ Or $V_- = 0$

$$\Rightarrow V_A = -jRC_1\omega \cdot V_2$$

Donc $-jRC_1\omega \cdot V_2 = \frac{V_1 + V_2}{3 + jRC_2\omega}$

$$-jRC_1\omega (3 + jRC_2\omega) V_2 = V_1 + V_2 \Rightarrow V_2 (1 - 3jRC_1\omega + R^2 C_1^2 \omega^2) = V_1$$

$$\Rightarrow \underline{H = \frac{V_2}{V_1} = \frac{-1}{1 + 3jRC_1\omega - R^2 C_1^2 \omega^2}}$$

Posons $x^2 = R^2 C_1 C_2 \omega$ $\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$; $G_0 = -1$

$$2mx = 3RC_1\omega \Rightarrow 2mx = 3RC_1\omega_0 x \Rightarrow m = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

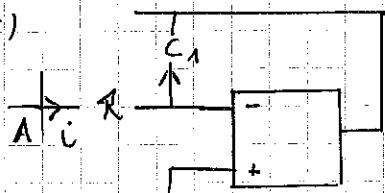
A l'aide des lois de Kirchhoff

* loi des nœuds en A : $\sum i_{\rightarrow A} = 0 \Rightarrow \frac{V_1 - V_A}{R} + \frac{V_2 - V_A}{R} + \frac{V_- - V_A}{R} + (0 - V_A) j C_2 \omega = 0$

$\Rightarrow \underline{V_A} = \frac{V_1/R + V_2/R + V_-/R}{\frac{3}{R} + j C_2 \omega}$

On vient en fait de redémontrer le théorème de Millman ou loi des nœuds en terme de potentiel

* En (-)



$$i = \frac{V_A - V_-}{R} = (V_- + V_2) j C_2 \omega$$

ou $V_- = V_+ = 0$

$$\Rightarrow \underline{V_A} = -j \omega C_1 R V_2$$

Puis on est ramené au calcul précédent :

$$3. \frac{V_2}{V_1} = \frac{-1}{1 + 2j m \frac{\omega}{\omega_0} + (j \frac{\omega}{\omega_0})^2} \Rightarrow V_2 (1 + 2j m \frac{\omega}{\omega_0} + (j \frac{\omega}{\omega_0})^2) = -V_1$$

soit
$$V_2 + 2 \frac{m}{\omega_0} \dot{V}_2 + \frac{1}{\omega_0^2} \ddot{V}_2 = -V_1$$

4. $t=0^+$: Continuité de la tension aux bornes des condensateurs. Étant déchargés, ils sont équivalents à des interrupteurs fermés. On est ramené au schéma équivalent en hautes fréquences du 1) $\Rightarrow \underline{V_2(0^+)} = 0$

$t \rightarrow +\infty$: En régime permanent, les condensateurs sont équivalents à des interrupteurs ouverts. On est ramené au schéma équivalent en basses fréquences du 1) $\Rightarrow \underline{V_2(\infty)} = -V_1 = -E_0$

$$5. * m = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \Rightarrow 2 = 9 \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow \underline{C_2 = \frac{9}{2} C_1 = 45 \text{ nF}}$$

* Discriminant du polynôme caractéristique associé à l'équation différentielle du 3) :

$$\Delta = \frac{4m^2}{\omega_0^2} - \frac{4}{\omega_0^2} \Rightarrow \Delta = \frac{4}{\omega_0^2} (m^2 - 1)$$

Pour $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\Delta = -\frac{2}{\omega_0^2} < 0$: RÉGIME PSEUDOPÉRIODIQUE

6. Déterminons si $|H|$ admet un extrémum pour $\omega \neq 0$.

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2 + 4m^2 x^2}} \quad \text{Posons } f(x^2) = (1-x^2)^2 + 4m^2 x^2 > 0.$$

$$|H| = f(x^2)^{-1/2} ; \quad \frac{d|H|}{dx} = \frac{d|H|}{dx^2} \cdot \frac{dx^2}{dx} = 2x \frac{d|H|}{dx^2}$$

$$\frac{d|H|}{dx^2} = \frac{d|H|}{df} \cdot \frac{df}{dx^2} = -\frac{1}{2} f^{-3/2} \frac{df}{dx^2}$$

Donc $\frac{d|H|}{dx}$ s'annule pour $x \neq 0$ là où $\frac{df}{dx^2}$ s'annule

$$\frac{dI}{dx^2} = -2(1-x^2) + 4m^2 = 0 \Rightarrow \text{si } x^2 = 1-2m^2$$

Or $m = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \underline{x=0}$. Donc le filtre ne présente pas de résonance.

$$7. * G_{dB} = 20 \log |H| = -20 \log [(1-x^2)^2 + 4mx^2]$$

Basses fréquences : $x \ll 1 \Rightarrow G_{dB} \approx 0$.

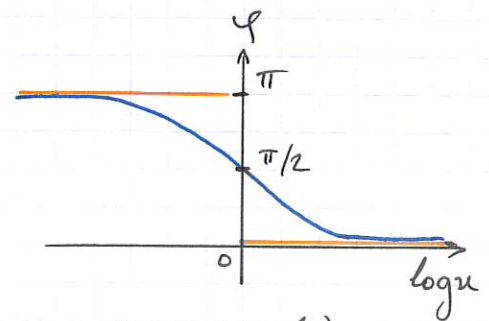
Hautes fréquences : $x \gg 1 \Rightarrow G_{dB} \approx -40 \log x$.



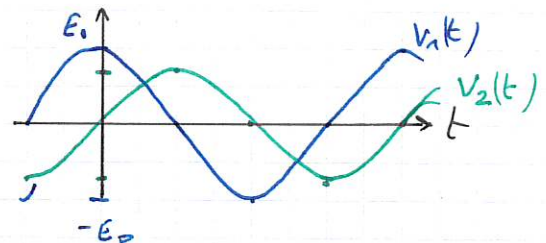
$$\begin{aligned} * \varphi &= \arg(H) = \arg(-1) - \arg(1-x^2 + 2jmx) \\ &= \pi - \arg[j(x^2-1) + 2mx] \\ &= \pi - \arg(j) - \arg(2mx + j(x^2-1)) \\ &= \pi - \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{x^2-1}{2mx}\right) \\ &= \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{x^2-1}{2mx}\right) \end{aligned}$$

Basses fréquences : $x \ll 1 : \varphi \approx \pi$

Hautes fréquences : $x \gg 1 : \varphi \approx 0$



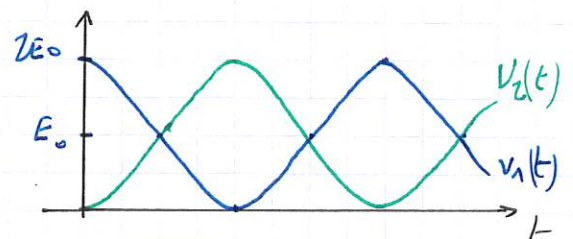
$$8. * f = f_0 \Rightarrow x = 1 : |H| = \frac{1}{\sqrt{2}} ; \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow v_2 = \frac{-E_0}{\sqrt{2}} \sin(2\pi f_0 t).$$



$$* f = \frac{f_0}{10} : x \ll 1 : |H| \approx 1$$

$$\varphi \approx \pi \rightarrow v_2(t) = E_0 (1 - \cos(0.2\pi f_0 t))$$

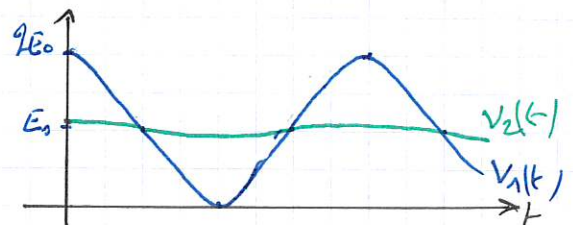
N.B. : L'offset E_0 est un signal de fréquence nulle dans la bande passante

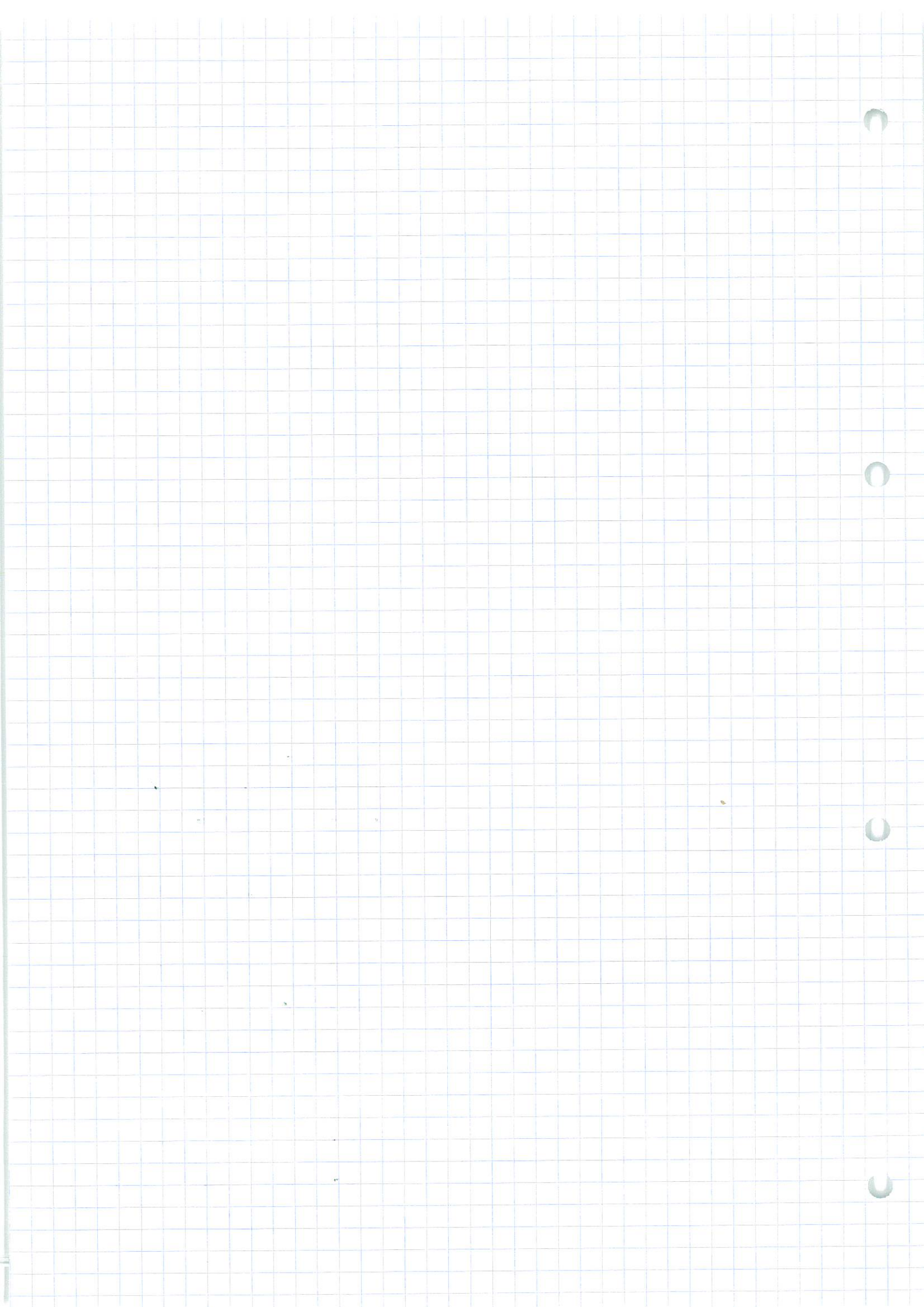


$$* f = 10f_0 : x \gg 1 : |H| = \frac{1}{100}$$

$$\varphi \approx 0$$

$$v_2(t) = E_0 \left(1 + \frac{1}{100} \cos(2\pi f_0 t)\right)$$





SAUT A L'ELASTIQUE

1 - En l'absence de frottement, le système conservatif (i.e. $E_m = \text{cte}$)

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 - m g z \quad \left(\text{où l'origine de l'énergie potentielle a été choisie en A} \right)$$

2 - $E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} m v_0^2 - m g AB \Rightarrow v_0 = \sqrt{2 g AB}$

A.N: $v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$

3 - La force de rappel du ressort étant conservative, le système reste conservatif.

$$E_p = -m g z + \frac{1}{2} k (l - l_0)^2$$

$$\begin{cases} E_m(B) = E_m(C) \\ v(C) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 = -m g l_{\max} + \frac{1}{2} k (l_{\max} - l_0)^2$$

$$0 = \frac{k}{2} l_{\max}^2 - (k l_0 + m g) l_{\max} - m g l_0 + \frac{k}{2} l_0^2 = 0$$

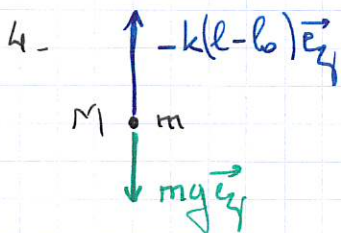
Rq: $AB = l_0$

Racines: $l_{\max} = \frac{(l_0 + m g) \pm \sqrt{(l_0 + m g)^2 - 2 k \frac{k}{2} l_0^2}}{k}$

$$l_{\max} = l_0 + \frac{m g}{k} \pm \sqrt{\left(l_0 + \frac{m g}{k}\right)^2 - l_0^2}$$

A.N: $l_{\max}^{(+)} = 40 \text{ m}$

$l_{\max}^{(-)} = 10 \text{ m} < l_0$ solution inadmissible.



2^e loi de Newton: $m \ddot{z} \vec{e}_z = m g \vec{e}_z - k(l - l_0) \vec{e}_z$

où $l = z \Rightarrow \ddot{z} + \frac{k}{m} z = g + \frac{k l_0}{m}$

Equation d'oscillateur harmonique.

5 - L'accélération $\ddot{z}$ est maximale lorsque $m g - k(z - l_0)$ est maximal donc lorsque $z = z_{\max} = l_{\max}$, donc en C.

6 - Posons $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ pulsation propre.

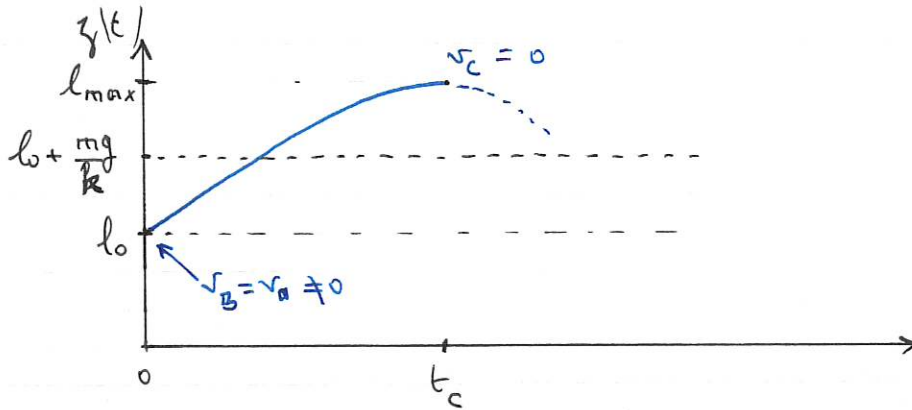
$$z(t) = l_0 + \frac{m g}{k} + \alpha \cos(\omega_0 t) + \beta \sin(\omega_0 t)$$

$$\dot{z}(t) = \omega_0 (-\alpha \sin(\omega_0 t) + \beta \cos(\omega_0 t))$$

Conditions initiales: $z(0) = l_0 \Rightarrow 0 = \frac{m g}{k} + \alpha \Rightarrow \alpha = -\frac{m g}{k}$

$\dot{z}(0) = v_0 \Rightarrow v_0 = \omega_0 \beta \Rightarrow \beta = \frac{v_0}{\omega_0}$

$$\Rightarrow z(t) = l_0 + \frac{mg}{k} (1 - \cos(\omega_0 t)) + \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$$



7. Causes d'amortissement :
- frottement du sauteur avec l'air
 - frottement entre brins de l'élastique
 - réchauffement de l'élastique

A l'équilibre : $0 = g - \frac{k}{m}(z_{eq} - l_0) \Rightarrow z_{eq} = l_0 + \frac{mg}{k}$

$z_{eq} = 25 \text{ m}$

