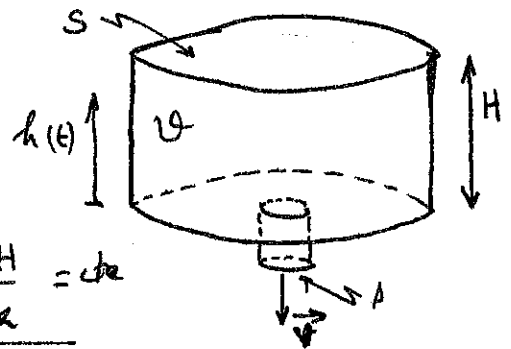


Baignoire (Résolution de problème)

- * Hypothèses (H1): Fluide parfait
(H2): — incompressible.

* Durée de remplissage t_R

• Débit volumique du robinet : $D_e = \frac{V}{t_R} = \frac{SH}{t_R} = \frac{dV}{dt}$



* Durée de vidange : t_v

• Conservation du débit volumique car H2 : $-S \frac{dh}{dt} = \lambda v =$

• On considère que les hypothèses de validité de la relation de Bernoulli sont mises à la ligne de courant reliant la surface libre à la bonde.

En particulier l'écoulement est quasi-stationnaire car $s \ll S$

La formule de Torricelli donne $v = \sqrt{2gh}$

$\Rightarrow -S \frac{dh}{dt} = \lambda \sqrt{2gh}$

Séparation des variables : $\int_H^0 \frac{dh}{\sqrt{h}} = -\int_0^{t_v} \frac{\lambda}{S} \sqrt{2g} dt$

$[2\sqrt{h}]_H^0 = -\frac{\lambda}{S} \sqrt{2g} t_v \rightarrow \sqrt{H} = \frac{\lambda}{S} \sqrt{\frac{g}{2}} t_v \rightarrow \frac{\lambda}{S} = \frac{1}{t_v} \sqrt{\frac{2H}{g}}$

* Robinet et bonde ouverts : $S \frac{dh}{dt} = D_e - \lambda v$

(*)

La baignoire ne déborde pas s'il existe une solution de l'équation $\frac{dh}{dt}$ donc, $D_e = \lambda v$, alors $h = h_s < H$

$\rightarrow \frac{SH}{t_R} = \lambda \sqrt{2gh_s}$

$\frac{S}{\lambda} \frac{H}{t_R} \cdot \frac{1}{\sqrt{2g}} = \sqrt{h_s} < \sqrt{H}$

Or (*): $\frac{S}{\lambda} = t_v \sqrt{\frac{g}{2H}}$ d'où $t_v \sqrt{\frac{g}{2H}} \cdot \frac{H}{t_R} \cdot \frac{1}{\sqrt{2g}} < \sqrt{H}$

$\frac{t_v}{\lambda t_R} < 1$

$t_v = 12 \text{ min}$

$t_R = 8 \text{ min}$

On a bien $\frac{t_v}{\lambda t_R} = \frac{12}{16} < 1$ donc la baignoire ne déborde pas.

Lévitation d'une balle dans un jet d'air

(Résolution de problèmes)

Conditions d'équilibre : $F = mg$ où F : traînée de la balle dans le jet d'air.

Expression de F : Calcul du nombre de Reynolds : $Re \approx \frac{\rho V d}{\eta}$

$$\text{or } V \approx \frac{D}{\pi \left(\frac{d'}{2}\right)^2} \Rightarrow Re \approx \frac{\rho D d}{\eta \pi \left(\frac{d'}{2}\right)^2} \quad \text{A.N. : } Re \approx 10^4$$

Régime turbulent

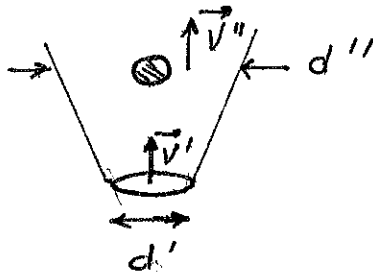
On lit sur la courbe $C_x(Re) = 0,4 \Rightarrow F = 0,2 \rho V^2 \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$

$$\Rightarrow V = \left(\frac{mg}{0,2 \rho \pi} \right)^{1/2} \frac{2}{d} \quad \text{A.N. : } V = 9,0 \text{ ms}^{-1}$$

Rq : A la sortie du sèche cheveux $V = \frac{D}{\pi \left(\frac{d'}{2}\right)^2} = 11 \text{ ms}^{-1}$

La vitesse du jet d'air au voisinage de la balle est inférieure.

On peut modéliser cette différence en considérant que le jet d'air s'est évasé.



Puisque $V \ll c_{son}$ on peut considérer l'écoulement incompressible et donc appliquer la conservation du débit volumique

$$V' \pi \left(\frac{d'}{2}\right)^2 = V'' \pi \left(\frac{d''}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow d'' = d' \left(\frac{V'}{V''} \right)^{1/2}$$

A.N. : $d'' = 5,5 \text{ cm}$

$V' = 11 \text{ ms}^{-1}$

$V'' = 9 \text{ ms}^{-1}$