Physique

DEVOIR MAISON n°12☆

pour le mercredi 9 octobre 2024

PC/PC*

2024-2025

L'accent doit être mis sur la clarté et la précision de la rédaction, ainsi que sur le soin apporté aux calculs et à la présentation.
N'oubliez pas d'indiquer sur la copie le nom de la personne relectrice (code **R**) ou coautrice (code **A**).

L'expérience historique de Stern et Gerlach

Traduction : En février1922, c'est dans ce bâtiment de l'Association de Physique de Francfort-sur-le-Main qu'Otto Stern et Walther Gerlach ont fait la découverte fondamentale de la quantification spatiale du moment magnétique de l'atome. Des évolutions importantes dans le domaine de la physique du XX^{e} siècle, telles que la méthode de la résonance magnétique nucléaire, l'horloge atomique ou le laser, reposent sur l'expérience de Stern et Gerlach. Le prix Nobel a été décerné à Otto Stern en 1943 pour cette découverte.

3.2.1 - Description de l'expérience

Le schéma du dispositif expérimental est représenté sur la ***figure 1*** (échelle non respectée). Tout le dispositif est placé dans *un vide poussé* où règne une pression inférieure au millipascal. Des atomes *d'argent* s'échappent par un petit orifice d'une enceinte (la source) chauffée à haute température ($\approx$*1000°C*). Ils se déplacent en ligne droite jusqu'à une fente (F) qui sélectionne les atomes qui ont une vitesse parallèle à l'axe (Oy). Le jet atomique pénètre alors dans l'entrefer d'un électroaimant dont les pièces polaires ont une forme dont les génératrices sont parallèles à la direction (Oy) et dont la forme est choisie pour que le champ magnétique ne soit pas uniforme. L'allure de leur coupe dans le plan (xOz) est donnée ***figure 2***.

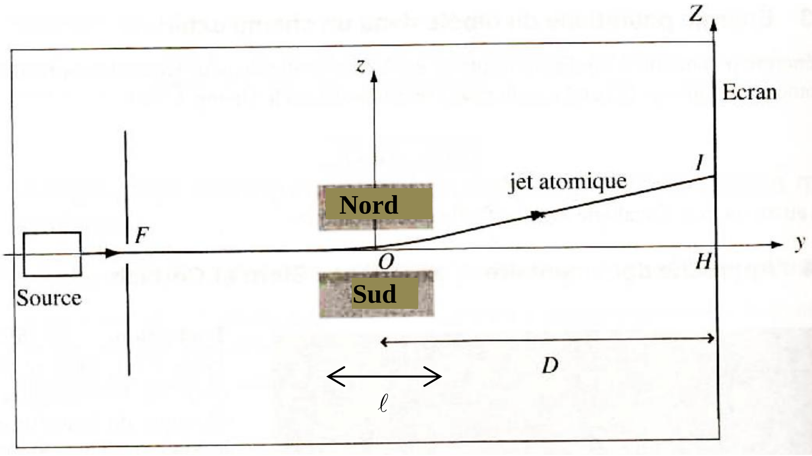


Figure 1

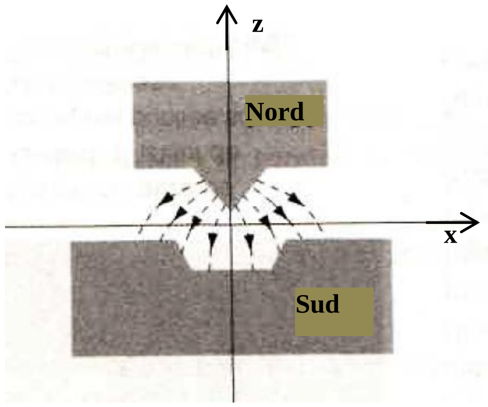


Figure 2

1 - En assimilant les atomes d'argent à des sphères dures de rayon R en mouvement rectiligne sur une distance de l'ordre du décimètre, estimer la pression maximale qui peut régner dans le dispositif afin qu'un atome d'argent du faisceau n'entre pas en collision avec un autre atome résiduel.

On associe à la trajectoire d'un électron de charge $-e$ et de masse m dans un cortège atomique un moment cinétique $\vec{L}$. A la boucle de courant que constitue l'orbite de cette charge, on associe un moment magnétique orbital $\vec{M}$ tel que $\vec{M} = \gamma.\vec{L}$ où $\gamma = \frac{-e}{2m}$ est appelé rapport gyromagnétique de l'électron.
On donne la configuration électronique de l'argent : [Kr] $4d^{10}\,5s^1$
On ne considèrera par la suite que le moment magnétique de l'électron célibataire du cortège.

2.1 - En appliquant le théorème de moment cinétique à cet électron lorsque l'atome est soumis au champ magnétique $\vec{B} = B.\vec{e_z}$, montrer que le moment magnétique orbital adopte un mouvement de précession : le vecteur $\vec{M}$ garde un module constant et décrit un cône d'axe (Oz) (cf ***figure 3***) à la pulsation ω que l'on déterminera numériquement pour un champ de *1,0 T.*
Indication : On pourra procéder par analogie avec le vecteur position d'un point matériel en révolution autour d'un axe (Oz).

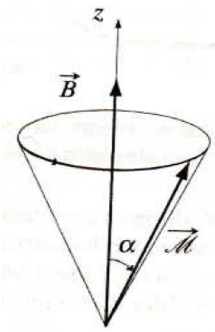


Figure 3

2.2 - Justifier que M_x et M_y ont une valeur moyenne nulle pendant la traversée de l'entrefer de l'aimant.

On admettra que les lignes de champ magnétique dans l'entrefer sont contenues dans les plans $y = Cte$ et on supposera le champ magnétique invariant selon (Oy).

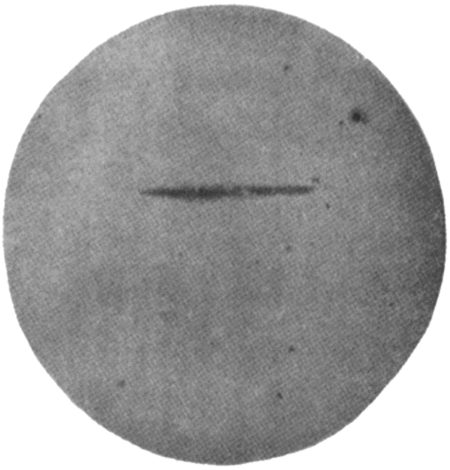
3 - En analysant la carte magnétique de l'entrefer, déterminer les signes de B_z et de $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ au voisinage de du plan (yOz).

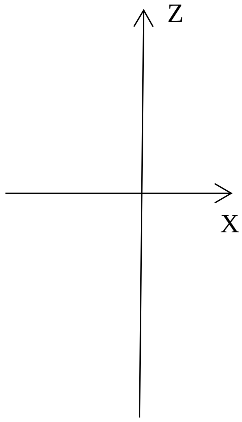
4 - Donner l'expression de l'énergie potentielle du dipôle de moment dipolaire $\vec{M}$ soumis au champ magnétique $\vec{B}$. En déduire l'expression de la force magnétique subie par un atome d'argent pénétrant dans l'entrefer en suivant l'axe (Oy).

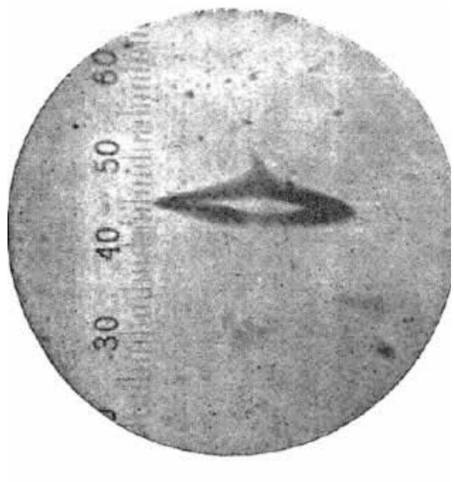
5.1 - Déterminer l'équation de la trajectoire de l'atome d'argent *z(y)* dans l'entrefer de l'aimant en considérant $\frac{\partial B_z}{\partial z} = K$ uniforme.
5.2 - En déduire l'expression de la cote *Z(H)* du point d'impact de l'atome avec l'écran (ZHX).

6 - Dans le cadre de la description classique du moment magnétique, représenter l'allure de la probabilité d'impact des atomes d'argent sur l'écran en fonction de z.

On a reproduit ci-dessous les clichés originaux de l'écran du dispositif expérimental à l'issu d'un fonctionnement de plusieurs heures.







Aspect de l'écran en l'absence de champ magnétique. *Aspect de l'écran en présence du champ magnétique inhomogène.* *(Graduation en 10e de mm)*

7.1 - Interpréter les figures que décrivent les impacts successifs des atomes d'argent (zones sombres).
Quelle conséquence fondamentale sur le moment magnétique des atomes d'argent (en fait de l'électron célibataire étudié) cette expérience entraîne-t-elle ?
Représenter l'allure de la probabilité d'impact des atomes d'argent pénétrant dans l'entrefer de l'aimant selon (Oy) conformément au résultat expérimental.

7.2 - On rappelle la relation entre le moment cinétique orbital et le nombre quantique magnétique m : $L_z = m.\hbar$
En déduire la valeur du moment magnétique orbital de l'électron célibataire de l'atome d'argent dans l'état fondamental.
Quel résultat quantique fondamental apporte donc l'expérience de Stern et Gerlach ?

Données :

- Masse atomique de l'argent : $M = 107\ g.mol^{-1}$.
- Numéro atomique de l'argent $Z = 47$
- Rayon de l'atome d'argent $R = 1{,}5.10^{-10}\ m$
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6{,}022.10^{23}\ mol^{-1}$.
- Constante de Boltzmann : $k_B = 1{,}38.10^{-23}\ J.K^{-1}$.
- Pression de vapeur de l'argent à $1000\ °C$: $P_{vap} \approx 10^{-2}\ Pa$.
- Température de fusion de l'argent $T_f = 960\ °C$.
- Masse de l'électron : $m = 9{,}1.10^{-31}\ kg$.
- Charge élémentaire $e = 1{,}6.10^{-19}\ C$.
- Constante Planck réduite $\hbar = 1{,}055.10^{-34}\ J.s$
- Gradient vertical de champ magnétique $\left|\frac{\partial B_z}{\partial z}\right| = 500\ T.m^{-1}$.
- $\ell = 3{,}5\ cm$; $D = 1{,}8\ cm$
- $\overrightarrow{grad}(\vec{a}.\vec{b}) = (\vec{a} \wedge \overrightarrow{rot}\vec{b}) + (\vec{b} \wedge \overrightarrow{rot}\vec{a}) + (\vec{b}.\overrightarrow{grad})\vec{a} + (\vec{a}.\overrightarrow{grad})\vec{b}$