

MODULATION - DÉMODULATION

(Centrale MP - 1998)

IA1 - Sortie multiplieur: $u(t) = k v_m(t) \cdot v_p(t) = k V_m V_p \cos(\omega_m t) \cos(\omega_p t)$

Sortie additionneur: $v(t) = u(t) + v_p(t)$

$$v(t) = V_p \cos(\omega_p t) (1 + k V_m \cos(\omega_m t))$$

On pose $m = k V_m$ l'indice de modulation

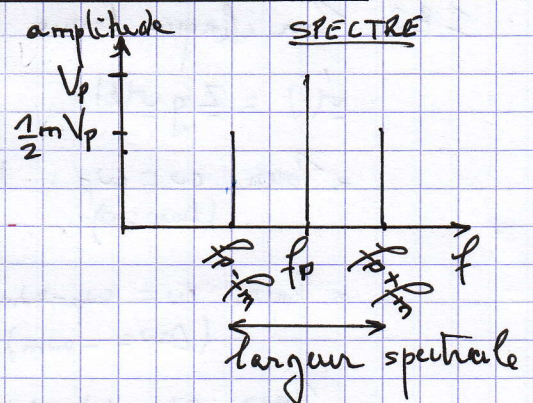
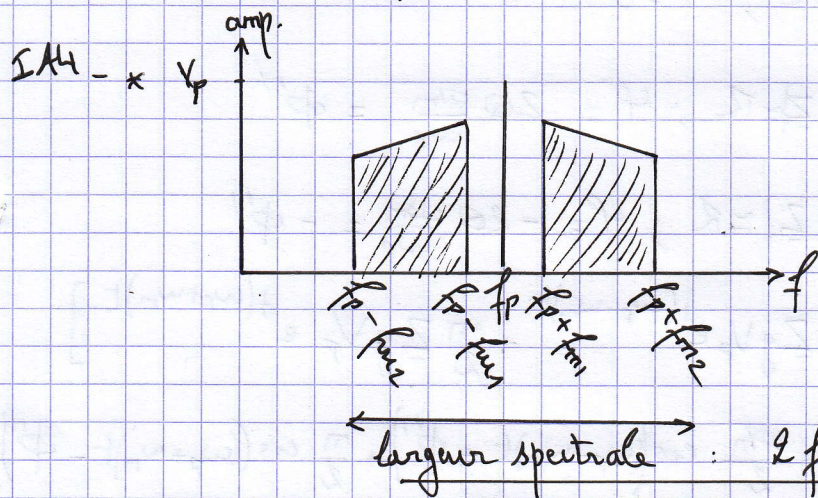
IA2 - * oscillogramme de gauche: v en ordonnée, t en abscisse } mode balayage
 * " de droite: v en ordonnée, v_m en abscisse } mode XY

$$\left. \begin{aligned} V_{\max} &= V_2 = V_p (1 + m) \\ |V_{\min}| &= V_1 = V_p (1 - m) \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = \frac{V_2 - V_1}{V_2 + V_1}$$

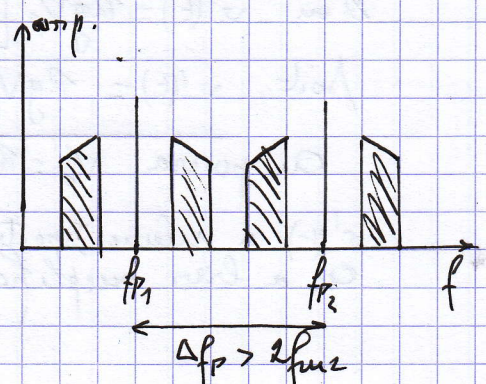
IA3 - $v(t) = V_p \cos(\omega_p t) + m V_p \cos(\omega_m t) \cdot \cos(\omega_p t)$ $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b))$

$$v(t) = V_p \cos(\omega_p t) + \frac{1}{2} m V_p \cos((\omega_p - \omega_m)t) + \frac{1}{2} m V_p \cos((\omega_p + \omega_m)t)$$

|| largeur spectrale occupée par $v(t)$:
 $2 f_m$



* Il faut éviter les recouvrements de spectre, donc
 $\Delta f_p = f_{p2} - f_{p1} > 2 f_{mz}$



IB1. $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C + \frac{1}{R}$ avec $\omega = \omega_p + \Delta\omega$ où $\Delta\omega \ll \omega_p$

$$\Rightarrow \underline{Y} = \frac{1}{jL(\omega_p + \Delta\omega)} + jC(\omega_p + \Delta\omega) + \frac{1}{R}$$

$$= \frac{1}{jL\omega_p(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_p})} + jC\omega_p(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_p}) + \frac{1}{R}$$

$$\underset{\text{DL1}}{\approx} \frac{1}{jL\omega_p} (1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_p}) + jC\omega_p(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_p}) + \frac{1}{R}$$

Or $LC\omega_p^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{jL\omega_p} = jC\omega_p$

$$\Rightarrow \underline{Y} \approx 2j \frac{1}{L\omega_p} \frac{\Delta\omega}{\omega_p} + \frac{1}{R} \Rightarrow \underline{Z} \approx \frac{R}{1 + 2jQ \frac{\Delta\omega}{\omega_p}}$$

Donc $|\underline{Z}| = \frac{R}{\sqrt{1 + 4Q^2(\frac{\Delta\omega}{\omega_p})^2}} \underset{\text{DL1}}{\approx} R$ au 1^{er} ordre en $\frac{\Delta\omega}{\omega_p}$

$\varphi = -\arctan(2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_p}) \underset{\text{DL1}}{\approx} -2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_p}$ au 1^{er} ordre en $\frac{\Delta\omega}{\omega_p}$

IB2. Pour chaque terme de $v(t)$ linéarisé, on applique en notation complexe

$$\underline{v}'(t) = \underline{Z} g \underline{v}(t)$$

* Pour $\omega = \omega_p$: $|\underline{Z}| \approx R$; $\varphi = 0$
($\Delta\omega = 0$)

* Pour $\omega = \omega_p - \omega_m$: $|\underline{Z}| \approx R$; $\varphi = 2Q \frac{\omega_m}{\omega_p} = \phi'$
($\Delta\omega = -\omega_m$)

* Pour $\omega = \omega_p + \omega_m$: $|\underline{Z}| \approx R$; $\varphi = -2Q \frac{\omega_m}{\omega_p} = -\phi'$
($\Delta\omega = +\omega_m$)

$$\Rightarrow v'(t) = \text{Re} \left[\underline{Z} g V_p e^{j\omega_p t} + \frac{m}{2} \underline{Z} g V_p e^{j(\omega_p - \omega_m)t} + \frac{m}{2} \underline{Z} g V_p e^{j(\omega_p + \omega_m)t} \right]$$

$$v'(t) = RgV_p \left[\cos(\omega_p t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_p - \omega_m)t + \phi') + \frac{m}{2} \cos((\omega_p + \omega_m)t - \phi') \right]$$

Or $\cos a + \cos b = 2 \cos(\frac{a+b}{2}) \cos(\frac{a-b}{2})$

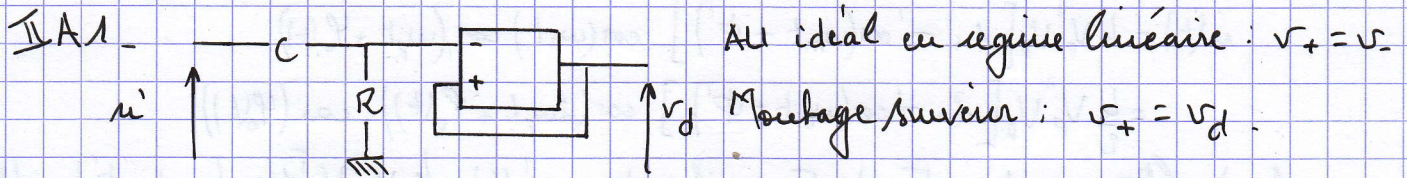
Donc $v'(t) = RgV_p \left[\cos(\omega_p t) + m \cos(\omega_p t) \cos(\omega_m t + \phi') \right]$

Soit $v'(t) = RgV_p \left[1 + m \cos(\omega_m t + \phi') \right] \cos(\omega_p t)$

On posera $V_p' = RgV_p$, $m' = m$, $\phi' = 2Q \frac{\omega_m}{\omega_p}$

$v'(t)$ a même spectre que $v(t)$ par l'action du filtre RLC linéaire.
On a bien amplifié $v(t)$.

IB3. $v'(t)$ est une image non déformée par ϕ' , de v , si
 $\phi' \ll 2\pi \approx 1 \Rightarrow 2\pi \omega_m \ll \omega_p$.



Pont diviseur de tension : $v_R = \frac{u' R}{R + \frac{1}{j\omega C}}$ or $v_R = v_- = v_+ = v_d$

$\Rightarrow H_2 = \frac{v_d}{u'} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$ | Filtere passe haut du 1^{er} ordre | $|H_2| = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$

Bande passante $\omega \gg \omega_c = \frac{1}{RC}$: $H_2 \approx 1 = K_2$

$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$; $f_c = \frac{f_{mi}}{10} \Rightarrow R = \frac{10}{2\pi C f_{mi}} \quad R = 53 \text{ k}\Omega$

Diagramme de Bode.

* $G_{dB} = 20 \log(|H_2|) = 20 \log(x) - 20 \log(1 + x^2)$ où $x = RC\omega$

Basse Fréquence : $x \ll 1 \Rightarrow G_{dB} \approx 20 \log(x)$

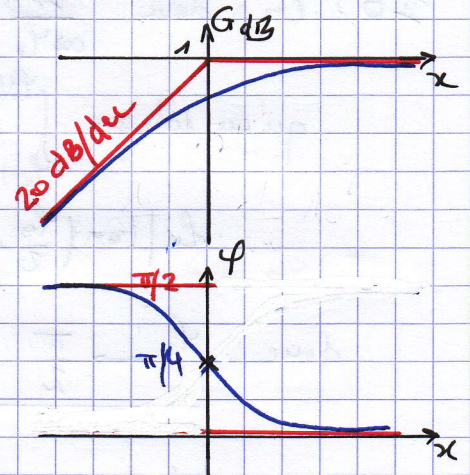
Haute " : $x \gg 1 \Rightarrow G_{dB} \approx 0$

* $\varphi = \arg(H_2) = \frac{\pi}{2} - \arctan(x)$

BF : $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$

HF : $\varphi \approx 0$

$\varphi(x=1) = \frac{\pi}{4}$



IIA2. $m(t) = k v''(t) v_d(t) = k V_p'' V_0 [1 + m' \cos(\omega_m t + \phi')] \cos^2(\omega_p t)$
 $= k V_p'' V_0 [1 + m' \cos(\omega_m t + \phi')] \left[\frac{1 + \cos(2\omega_p t)}{2} \right]$
 $= \frac{k}{2} V_p'' V_0 \left[1 + m' \cos(\omega_m t + \phi') + \cos(2\omega_p t) + \frac{m'}{2} \cos((2\omega_p + \omega_m)t + \phi') + \frac{m'}{2} \cos((2\omega_p - \omega_m)t - \phi') \right]$

Le filtre F_1 ne laisse passer que les termes de fréquence $< f_p$

$\rightarrow u(t) = \frac{k}{2} V_p'' V_0 [1 + m' \cos(\omega_m t + \phi')]$

Le filtre F_2 coupe l'offset (tension constante, donc de fréquence nulle)

$v_d(t) = \frac{k}{2} V_p'' V_0 m' \cos(\omega_m t + \phi')$

IIA3. $U = u'(t) - v_d(t) = \frac{k}{2} V_p'' V_0$ permet d'ajuster le gain des CAG.

II B1 - $u(t)$ devient

$$u(t) = k V_p'' V_0 [1 + m' \cos(\omega_m t + \phi')] \cos(\omega_p t) \cos(\omega_p t + \varphi_0(t))$$

$$= \frac{k}{2} V_p'' V_0 [1 + m' \cos(\omega_m t + \phi')] \cos(2\omega_p t + \varphi_0(t)) \cdot \cos(\varphi_0(t))$$

Après filtrage par F_1 et F_2 , il reste $v_d'(t) = \frac{k}{2} V_p'' V_0 m' \cos(\omega_m t + \phi') \cdot \cos(\varphi_0(t))$
 signal sinusoïdal de pulsation ω_m dont l'amplitude est modulée
 aléatoirement par $\cos(\varphi_0(t))$

II B2 - $u'(t) = k v''(t) v_d'(t) = k V_p'' V_0 [1 + m' \cos(\omega_m t + \phi')] \cos(\omega_p t) \cos(\omega_p t + \varphi_0)$

$$= \frac{k}{2} V_p'' V_0 [1 + m' \cos(\omega_m t + \phi')] [\cos(2\omega_p t + \varphi_0) + \cos \varphi_0]$$

$$\Rightarrow v_c(t) = \frac{k}{2} V_p'' V_0 [1 + m' \cos(\omega_m t + \phi')] \cos(\varphi_0)$$

d'où $\frac{d\varphi_0}{dt} = a v_c = a \frac{k}{2} V_p'' V_0 [1 + m' \cos(\omega_m t + \phi')] \cos \varphi_0$ | Équation différentielle
 séparée par $\varphi_0(t)$.

II B3 - On a donc $\frac{1}{\cos \varphi_0} d\varphi_0 = a \frac{k}{2} V_p'' V_0 [1 + m' \cos(\omega_m t + \phi')] dt$

qu'en intègre $\int_{\varphi_0(0)}^{\varphi_0(t)} \frac{d\varphi_0}{\cos \varphi_0} = a \frac{k}{2} V_p'' V_0 \int_0^t [1 + m' \cos(\omega_m t + \phi')] dt$

$$\ln \left| \tan \left(\frac{\varphi_0}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| = a \frac{k}{2} V_p'' V_0 \left[t + \frac{m'}{\omega_m} \sin(\omega_m t + \phi') \right] \xrightarrow[t \gg \frac{1}{\omega_m}]{t \rightarrow \infty} \infty$$

donc $\varphi_0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ donc $v_d(t) = V_0 \cos(\omega_p t + \frac{\pi}{2})$

et $v_{d1}(t) = V_0 \cos(\omega_p t + \frac{\pi}{2} + \varphi)$

II B4 - le déphaseur doit déphaser de $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ afin que

$v_{d1}(t) = V_0 \cos(\omega_p t)$

